ARTICLE IN PRESS
CRAS2B:3486

C. R. Mecanique ••• (••••) •••–•••

Contents lists available at ScienceDirect

Comptes Rendus Mecanique

www.sciencedirect.com

Dynamic contact problem with adhesion and damage between thermo–electro–elasto-viscoplastic bodies

Problème dynamique de contact entre deux corps thermo–électro–élasto–viscoplastique avec endommagement et adhésion

Tedjani Hadj ammar[a,*], Abdelkader Saïdi[b], Abdelaziz Azeb Ahmed[a]

[a] *Département de mathématique, Université d'El-Oued, El-Oued, Algeria*
[b] *Institut de Recherche Mathématique Avancée, Université de Strasbourg, 7 Rue René Descartes, 67084 Strasbourg, France*

ARTICLE INFO

Article history:
Received 4 March 2016
Accepted 15 March 2017
Available online xxxx

Keywords:
Thermo-electro-elasto-viscoplastic materials
Normal compliance
Damage
Adhesion

Mots-clés :
Matériaux thermo–électro–élasto–viscoplastique
Réponse normale
Endommagement
Adhésion

ABSTRACT

We study of a dynamic contact problem between two thermo–electro–elasto-viscoplastic bodies with damage and adhesion. The contact is frictionless and is modeled with normal compliance condition. We derive variational formulation for the model and prove an existence and uniqueness result of the weak solution. The proof is based on arguments of evolutionary variational inequalities, parabolic inequalities, differential equations, and fixed point theorem.

RÉSUMÉ

On étudie un problème dynamique de contact entre deux corps thermo–électro–élasto-viscoplastiques avec endommagement et adhésion. Le contact sans frottement est modélisé par une réponse normale. Nous dérivons la formulation variationnelle pour le modèle et prouvons un résultat d'existence et d'unicité de la solution faible. Les démonstrations sont basées sur des techniques d'inéquations variationnelles d'évolution, d'inéquations paraboliques, d'équations différentielles et sur le théorème du point fixe.

Version française abrégée

Dans cette Note, on étudie un problème dynamique de contact sans frottement avec réponse normale, adhésion et endommagement entre deux corps thermo–électro–élasto-viscoplastiques. On suppose que les deux corps occupent deux domaines bornés $\Omega^\ell \subset \mathbb{R}^d$, $\ell = 1, 2$ $(d = 2, 3)$, avec une surface frontière régulière $\Gamma^\ell = \partial\Omega^\ell$, subdivisée en trois parties mesurables Γ_1^ℓ, Γ_2^ℓ et Γ_3^ℓ, d'une part, et de deux parties mesurables Γ_a^ℓ et Γ_b^ℓ, d'autre part, telles que $\text{mes}(\Gamma_1^\ell) > 0$ et

* Corresponding author.
E-mail addresses: hat_olsz@yahoo.com (T. Hadj ammar), abdelkader.saidi@math.unistra.fr (A. Saïdi), aziz-azebahmed@univ-eloued.dz (A. Azeb Ahmed).

http://dx.doi.org/10.1016/j.crme.2017.03.002

Please cite this article in press as: T. Hadj ammar et al., Dynamic contact problem with adhesion and damage between thermo–electro–elasto-viscoplastic bodies, C. R. Mecanique (2017), http://dx.doi.org/10.1016/j.crme.2017.03.002

$\text{mes}(\Gamma_a^\ell) > 0$. Nous notons par ν^ℓ la normale unitaire sortante à Γ^ℓ, le corps Ω^ℓ est encastré sur Γ_1^ℓ dans une structure fixe. Sur Γ_2^ℓ agissent des tractions surfaciques de densité $\mathbf{f}_2^\ell$ et dans Ω^ℓ agissent des forces volumiques de densité $\mathbf{f}_0^\ell$. Nous supposons également que le potentiel électrique s'annule sur Γ_a^ℓ et qu'une charge électrique de surface de densité q_2^ℓ est imposée sur Γ_b^ℓ. Nous supposons que les matériaux peuvent être endommagés. Le contact entre les deux corps est modélisé par une variable de surface appelée champ d'adhésion, dont l'évolution est décrite par une équation différentielle ordinaire du premier ordre. Les inconnues, dans ce cas, sont les champs des déplacements $\mathbf{u}^\ell$, les champs des contraintes $\boldsymbol{\sigma}^\ell$, les champs des températures θ^ℓ, les champs des endommagements ζ^ℓ, un champ d'adhésion β, les potentiels électriques φ^ℓ et les champs des déplacements électriques $\mathbf{D}^\ell$ avec la loi de comportement électro-élasto-viscoplastique non linéaire. L'évolution de champ de température θ^ℓ est régie par l'équation de chaleur, obtenue à partir de la conservation de l'énergie, et définie par l'équation différentielle (2). L'endommagement ζ^ℓ est une variable interne causé par des déformations, et est donné par l'inclusion différentielle (3). Sous ces hypothèses, le problème thermo–électro-mécanique que nous considérons peut être formulé de la façon suivante.

Problème P. Pour $\ell = 1, 2$, trouver un champ de déplacement $\mathbf{u}^\ell : \Omega^\ell \text{mes}(0, T) \longrightarrow \mathbb{R}^d$, un champ de contrainte $\boldsymbol{\sigma}^\ell : \Omega^\ell \text{mes}(0, T) \longrightarrow \mathbb{S}^d$, un champ de température $\theta^\ell : \Omega^\ell \text{mes}(0, T) \longrightarrow \mathbb{R}$, un champ d'endommagement $\zeta^\ell : \Omega^\ell \text{mes}(0, T) \longrightarrow \mathbb{R}$, un potentiel électrique $\varphi^\ell : \Omega^\ell \text{mes}(0, T) \longrightarrow \mathbb{R}$, un champ d'adhésion $\beta : \Gamma_3 \text{mes}(0, T) \longrightarrow \mathbb{R}$ et un champ de déplacement électrique $\mathbf{D}^\ell : \Omega^\ell \text{mes}(0, T) \longrightarrow \mathbb{R}^d$, satisfaisant aux relations (1)–(11).

Ici et partout dans ce travail, le point au-dessus des variables représente la dérivée par rapport au temps, $\|v\|$ est la norme du vecteur v et les indices ν et τ indiquent les composantes normales et tangentielles des tenseurs et des vecteurs. Les équations (1) représentent la loi constitutive thermo–électro–élasto-viscoplastique dans laquelle $\varepsilon(\mathbf{u}^\ell)$ représente le tenseur des déformations linéarisées, $E(\varphi^\ell) = -\nabla\varphi^\ell$ est le champ électrique, $\mathcal{A}^\ell$ et $\mathcal{G}^\ell$ sont respectivement les opérateurs de viscosité et d'élasticité non linéaire, respectivement, $\mathcal{F}^\ell$ représente le tenseur de viscoplasticité, $\mathcal{E}^\ell$ représente le tenseur piézoélectrique du troisième ordre, $(\mathcal{E}^\ell)^*$ est son transposé et $\mathcal{B}^\ell$ représente le tenseur de permittivité électrique. L'équation (2) représente la conservation de l'énergie, où Θ^ℓ est une fonction constitutive non linéaire. La relation (3) décrit l'évolution du champ d'endommagement où ϕ^ℓ est la fonction source d'endommagement, $\partial\psi_{K^\ell}$ est le sous-différentiel de la fonction indicatrice de l'ensemble des fonctions d'endommagement admissibles K^ℓ. Ensuite, les équations (4) sont respectivement les équations de mouvement du champ de contrainte et d'équilibre du champ de déplacement électrique. Les conditions (5) sont les conditions aux limites classiques de déplacement–traction, tandis que les conditions (10) représentent les conditions aux limites pour les variables électriques. L'équation (6) représente la condition de compliance normale avec adhésion sur la surface de contact Γ_3, dans laquelle γ_ν est le coefficient d'adhésion et R_ν est un opérateur de troncation défini par (12). L'équation (7) représente la condition de contact avec adhésion sur le plan tangentiel, dans lequel p_τ est une fonction donnée et $\mathbf{R}_\tau$ l'opérateur de troncation donnée par (12). L'équation (8) décrit l'évolution du champ d'adhésion avec les paramètres physiques positifs donnés γ_ν, γ_τ et ε_a, avec, $r_+ = \max\{r, 0\}$. Enfin, (11) représente les conditions initiales.

La formulation variationnelle du problème **P**, est la suivante.

Problème PV. Trouver $\mathbf{u} : (0, T) \to \mathbf{V}$, $\boldsymbol{\sigma} : (0, T) \to \mathcal{H}$, $\theta : (0, T) \to E_1$, $\zeta : (0, T) \to E_1$, $\varphi : (0, T) \to W$, $\beta : (0, T) \to L^\infty(\Gamma_3)$ et $\mathbf{D} : (0, T) \to \mathcal{W}$ satisfaisant les relations (1), (8), (11) et (28)–(30).

Théorème. *Sous les hypothèses (13)–(24), le problème variationnel **PV** admet une solution unique* $\{\mathbf{u}, \boldsymbol{\sigma}, \theta, \zeta, \varphi, \beta, \mathbf{D}\}$ *ayant la régularité (33)–(39).*

1. Introduction

Constitutive laws with internal variables have been used in various publications in order to model the effect of internal variables on the behavior of real bodies like metals, rocks polymers, and so on, for which the rate of deformation depends on the internal variables. Some of the internal state variables considered by many authors are the spatial display of dislocation, the work-hardening of materials, the absolute temperature and the damage field, see for example [1] and references therein for the case of temperature and other internal state variables and the references [2,3] for the case of damage field. The damage is an extremely important topic in engineering, since it affects directly the useful life of the designed structure or component. There exists a very large engineering literature on it. Models taking into account the influence of the internal damage of the material on the contact process have been investigated mathematically. In all these papers, the damage of the material is described with a damage function ζ^ℓ, restricted to have values between zero and one. When $\zeta^\ell = 1$, there is no damage in the material, when $\zeta^\ell = 0$, the material is completely damaged, when $0 < \zeta^\ell < 1$ there is partial damage and the system has a reduced load carrying capacity. Contact problems with damage have been investigated in [1,3]. The novelty with respect to all the above papers is the introduction of an absolute temperature for piezoelectric materials. In this paper, we study a dynamic frictionless contact problem between two thermo–electro–elasto-viscoplastic bodies with damage. The contact is modeled with normal compliance where the adhesion of the contact surfaces is taken into account and is modeled with a surface variable, the bonding field. We derive a variational formulation of the problem and prove the existence of a unique weak solution.

Please cite this article in press as: T. Hadj ammar et al., Dynamic contact problem with adhesion and damage between thermo–electro–elasto-viscoplastic bodies, C. R. Mecanique (2017), http://dx.doi.org/10.1016/j.crme.2017.03.002