Journal of Economics, Finance and Administrative Science 21 (2016) 39–47

JOURNAL OF ECONOMICS, FINANCE AND ADMINISTRATIVE SCIENCE

www.elsevier.es/jefas

Artículo

La tasa interna de retorno promedio borrosa: desarrollos y aplicaciones

Gastón S. Milanesi [1]

Departamento de Ciencias de la Administración, Universidad Nacional del Sur, Argentina

INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO

Historia del artículo:
Recibido el 12 de abril de 2015
Aceptado el 30 de diciembre de 2015

Códigos JEL:
G30
G31

Palabras clave:
Tasa interna de rendimiento promedio
Matemática borrosa
Tasa interna de rendimiento promedio borrosa

RESUMEN

El trabajo introduce la tasa interna de rendimiento promedio (TIRP) dentro del marco de la matemática borrosa (*fuzzy*) como método alternativo para estimar rendimientos en situaciones de ambigüedad. En la primera parte se desarrolla la TIRP y su versión borrosa como alternativa para determinar rendimientos bajo situaciones de ambigüedad. Seguidamente, con un caso hipotético, se ilustra la consistencia con el valor actual (VA) en el ordenamiento de proyectos frente a situaciones conflictivas. En caso de incertidumbre se demuestra la equivalencia de la TIRP calculada sobre los flujos de fondos esperados o como TIRP esperada. Finalmente, y como medida para estimar rendimientos promedios en situaciones difusas, se plantea la TIRP borrosa, comparando resultados con los métodos VA y TIR borrosa.

The fuzzy average internal rate of return: development and applications

JEL classification:
G30
G31

Keywords:
Average internal rate of return
Fuzzy mathematics
Fuzzy average internal rate of return

ABSTRACT

The paper introduces the average internal rate of return (AIRR) into the mathematic fuzzy's frame, like alternative method for estimating returns in ambiguity situations. In the first part it is developed the AIRR and its fuzzy version like an alternative of return determination under ambiguity situations. Next, with a hypothetical case, the consistency with the present value (PV) in the projects ranking at conflictive situations is illustrated. In case of uncertainty, the equality between the AIRR estimated over the expected cash flows or as expected AIRR is showed. Finally, and like a measurement for estimating average returns in vague situations, it is set out the fuzzy AIRR, comparing results with the fuzzy PV and IRR methods.

1. Introducción

El presente trabajo desarrolla la tasa interna de retorno promedio, TIRP (*average internal rate of return*, AIRR) borrosa, como un método alternativo para la determinación del rendimiento promedio en decisiones de inversión y financiamiento (Magni, 2010) en condiciones de ambigüedad. Son dos los aspectos que reúne la medida propuesta: por un lado, informar rendimientos sin colisionar con el criterio del valor presente, VA (*present value*, VA), y por otro el tratamiento de la ambigüedad de datos e información. A partir de sus características estructurales y anatomía matemática, la TIRP resuelve los clásicos inconvenientes que la tasa interna de retorno, TIR, (*internal rate of return*, IRR) presenta frente al criterio del VA[a]. El otro aspecto consiste en la adaptación del modelo o criterio empleado a situaciones caracterizadas por la ambigüedad

Correo electrónico: milanesi@uns.edu.ar

[1] Doctor en Ciencias de la Administración, Universidad Nacional del Sur, profesor titular e investigador del Departamento de Ciencias de la Administración, Universidad Nacional del Sur, Buenos Aires, Argentina.

[a] Entre ellas se pueden citar los problemas de múltiples tasas de rendimiento (Hazen, 2003, 2009), ordenamiento de proyectos mutuamente excluyentes, proyectos mutuamente excluyentes con escalas de inversión diferentes en tamaño y efectos de referencia como son aditividad del valor, diferencias de resultados entre el

http://dx.doi.org/10.1016/j.jefas.2015.12.001

o falta de datos, propia de contextos correspondientes a mercados incompletos[b]. En estos casos, el riesgo del proyecto no se puede inferir a partir de la volatilidad de un activo financiero; consecuentemente, los riesgos pierden su condición de "mercado" y se transforman en "privados" (Smith y Nau, 1995)[c]. En tales condiciones, la ambigüedad o vaguedad en la disponibilidad de datos es norma y restricción en la selección del modelo a implementar en la valuación financiera. En dichas circunstancias, se torna dificultosa la implementación de las clásicas y diferentes métricas probabilísticas utilizadas en la cuantificación del grado de exposición a la incertidumbre (riesgo) de la inversión (Munenzon, 2010). Así es como nace el tratamiento de la incertidumbre desde la lógica borrosa (*fuzzy*) (Zadeh, 1965; Dubois y Prade, 1980). Emerge como alternativa complementaria al enfoque probabilístico, adaptando los modelos financieros a la lógica de las matemáticas borrosas (Buckley, 1987; Chiu y Park, 1994, 1998; Carlsson y Fuller, 2001; Fuller y Majlender, 2003; Rebiaz, 2007; Guerra, Magni y Stefanini, 2014).

Los dos aspectos indicados motivan el desarrollo del presente trabajo introduciendo la medida TIRP[d] en el marco de la matemática borrosa (*fuzzy*). La estructura del trabajo es la siguiente: en la próxima sección se desarrolla la TIRP y la TIRP borrosa. En el anexo se exponen las principales operaciones con números borrosos. Utilizando un caso hipotético, se estudia el comportamiento de la TIRP en el ordenamiento de inversiones excluyentes de diferentes tamaños y su consistencia como medida de rendimientos calculada a partir de flujos de fondos esperados o como esperanza matemática de TIRP determinísticas. Finalmente, es implementada la TIRP borrosa, comparando resultados obtenidos con aquellos arrojados por los criterios VA y TIR borrosa.

2. La tasa de rendimiento promedio (TIRP)

La sucesión de capitales aplicados a una inversión a lo largo del tiempo se nota como $c_t = (c_0, c_1, c_2 \ldots c_{T-1})$, mientras que $x_t = (x_0, x_1, x_2 \ldots x_T)$ representa la corriente de beneficios futuros asociados a los recursos comprometidos en la inversión. Consecuentemente, el resultado de una inversión, en el instante t puede expresarse de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{R_t = c_t - c_{t-1} + x_t} \tag{1}$$

Donde el término c_{t-1} representa el capital invertido (prestado) en el periodo $[t-1]$, c_t es el capital en el periodo $[t]$ y x_t es el flujo de fondos (beneficio) generado por el capital en el respectivo periodo.

Por lo tanto, R_t representa el resultado del periodo[e], sujeto a las siguientes condiciones, Magni (2010):

a) El capital correspondiente al periodo t surge del producto entre el capital del periodo anterior y su tasa de rendimiento (r_t) menos el flujo o beneficio total generado por la inversión (x_t) según la siguiente expresión:

$$c_t = c_{t-1}(1 + r_t) - x_t \tag{2}$$

b) Se supone que el valor inicial de la corriente de capital (c_0) representa la inversión inicial de la corriente de flujos de fondos generados por la inversión:

$$c_0 = -x_0 \tag{3}$$

c) El valor del capital invertido al final de la vida de la inversión es $c_T = 0$. En el horizonte final (T) no se proyecta crecimiento como consecuencia de reinvertir, asumiendo que esta se recupera íntegramente siendo su valor x_T. Por lo tanto:

$$c_T = c_{T-1}(1 + r_T) + x_T = 0 \tag{4}$$

d) La tasa de rendimiento periódica correspondiente a la inversión bajo estudio surge del cociente entre el resultado (R_t) y el capital del periodo anterior generador del mismo (c_{t-1}):

$$r_t = {}^{R_t}\!/_{c_{t-1}} \tag{5}$$

lógica que supone el modelo es la siguiente: el capital al comienzo de cada periodo, aplicado a la inversión, experimenta incrementos en función de r_t y x_t, (ecuaciones 2 y 5). En ese orden de ideas, la TIRP, a diferencia de la TIR, segrega la evolución de la corriente de capitales (c) y flujos de fondos generados por el proyecto (x). Suponiendo una corriente de capitales $\left(c_{0,} c_{1\ldots,} c_{T-1,}\right)$ se puede plantear la siguiente igualdad:

$$\boldsymbol{VA\left(x/k\right) = \sum\nolimits_{t=1}^{T} (R_t - k\,c_{t-1})(1 + k)^{-t}} \tag{6}$$

En la ecuación anterior, el término $(R_t - kc_{t-1})$ expresa las ganancias extraordinarias de la inversión, como la diferencia entre el beneficio esperado del periodo y las ganancias normales, calculadas como el producto entre el rendimiento de mercado k para inversiones de riesgo similar a las estudiadas y elcapital inicial c_{t-1}. El concepto precedente da lugar al grupo de modelos de valuación de empresas conocido como Ganancias Residuales (*Residual Income*); (Pratt y Grabowski, 2008; Fernández, 2014). Si $c_{t-1} \neq 0$ para cada $\boldsymbol{t} = 1, 2 \ldots . \boldsymbol{T}$ se pueden definir las ganancias en exceso por unidad de capital invertido, a partir de r_t como la tasa de rendimiento periódica (ecuación 5):

$$\boldsymbol{VA\left(x/k\right) = \sum\nolimits_{t=1}^{T} c_{t-1}(r_t - k)(1 + k)^{-t}} \tag{7}$$

El margen $(r_t - k)$ mide las ganancias residuales por unidad de capital invertido, esta expresión se conoce como tasa de rendimiento residual (TRR). Para obtener la TIRP se debe estimar la tasa de rendimiento constante $\left(r_p\right)$, que reemplazando en cada una de las tasas periódicas $(\boldsymbol{r_t})$ arroja el valor presente del proyecto $VA\left(x/k\right)$**.** Desde el punto de vista formal, el argumento matemático en el que se apoya esta medida de rendimiento está dado por el

valor esperado correspondiente a la TIR estocástica y la TIR esperada de la inversión (Magni, 2013; Guerra et al., 2014).

[b] Cuando se evalúan nuevas inversiones, por ejemplo tecnologías novedosas, asignación de recursos a proyectos de investigación y desarrollo, inversión en activos reales de capital cerrado, empresas de base tecnológica, entre otras, el común denominador consiste en la no completitud del mercado de capitales. Dicha situación se traduce en la inexistencia de activos financieros que repliquen la variabilidad de los flujos de fondos esperados de la inversión en cuestión y, por lo tanto, permitan estimar el riesgo del proyecto, conocido como riesgo de mercado, ya que el mismo es inferido indirectamente de la volatilidad de un título tranzado en el mercado de capitales con correlación perfecta a los flujos de fondos del proyecto estudiado.

[c] Los autores clasifican a los riesgos de un proyecto en "mercado" y "privados". El precio de los primeros surge de la volatilidad (desvío) de la cartera financiera gemela que replica los movimientos esperados en los flujos de fondos del proyecto. Los segundos son aquellos en los que no existen activos financieros réplicas, producto de que el mercado de capitales no cumple con la condición de completitud requerida. Consecuentemente, no hay disponible información de mercado para su cuantificación.

[d] Para una completa descripción y desarrollo de las ventajas de la TIRP respecto de la TIR y su consistencia con el VAN, ver Magni (2010, 2013). Otro enfoque alternativo bajo la lógica borrosa e intervalos se puede encontrar en Guerra et al. (2014).

[e] En otras palabras, puede asimilarse al flujo de fondos total de la inversión, donde x_t representa los flujos libres y $C_t - C_{t-1}$ la inversión incremental en capital de trabajo y activos fijos.