Educ. quím., **25**(2), 128-134, 2014. © Universidad Nacional Autónoma de México, ISSN 0187-893-X
Publicado en línea el 14 de marzo de 2014, ISSNE 1870-8404

Evaluación de ecuaciones de factor de fricción explícito para tuberías

*Alejandro Isaías Anaya-Durand,[1] Guillermo Israel Cauich-Segovia, Oliver Funabazama-Bárcenas[2] y Víctor Alfonso Gracia-Medrano-Bravo**

ABSTRACT (Evaluation of explicit friction factor equations for pipes)
Within Chemical Engineering, there are a lot of problems involving fluids in motion, and for their solution we must consider the causes of the movement. In this case there is a force that stops fluid from moving, called friction. The evaluation of this term comes from and extended analysis of all the forces that cause stress on a differential element of volume in the bulk of the fluid. The objective of this paper is to evaluate different mathematical models that describe in an explicit form the friction factor of a fluid in a pipe. We acomplish this by comparing the numerical values against the Colebrook-White equation and the Kármán number. Needless to say there is not a perfect model to describe this kind of phenomena. But we hope to expand the knowledge of the reader, and let him to choose the best model depending on the situation.

KEYWORDS: friction factor, Darcy friction factor, Colebrook-White equation, head losses in pipes

Resumen
Dentro de la Ingeniería Química existen muchas situaciones que involucran fluidos en movimiento, y para poder resolverlas se deben considerar las causas del movimiento. Respecto a lo anterior, existe una fuerza que impide el movimiento del fluido, la cual es denominada *fricción*. La evaluación de este término viene de un análisis extenso de todas las fuerzas que causan un esfuerzo sobre un elemento diferencial de volumen en el seno del fluido. El objetivo de este artículo es evaluar diferentes modelos matemáticos que describan, mediante una forma explícita, el factor de fricción para un fluido en una tubería. Esto se realizó mediante la comparación de valores numéricos de dichos factores respecto a la ecuación de Colebrook-White y el número de Kármán. Como es bien sabido, no existe un modelo perfecto que permita describir este tipo de fenómeno; sin embargo, se espera proveer de conocimientos al lector, tal que le permita escoger por sí mismo el modelo más apropiado según la situación que se le presente.

Palabras clave: factor de fricción, factor de fricción de Darcy, ecuación de Colebrook-White, caída de presión en tuberías

Introducción

El flujo de fluidos es una parte crucial para realizar operaciones en las plantas industriales, especialmente en el sector de la industria química. Dentro de la dinámica de éstos, siempre ocurre fricción de los mismos con la tubería y en diferentes accesorios, ocasionando pérdidas de presión en el flujo a lo largo de su trayectoria. Es importante conocer esta caída de presión para una apropiada operación del proceso a realizar, por ello se han efectuado diferentes estudios para la evaluación de ellas. Las pérdidas de presión pueden determinarse a través de un balance de energía mecánica, según la ecuación (1), la cual es una derivación del Teorema de Bernoulli para flujos incompresibles.

En la ecuación (2), conocida como ecuación de Darcy-Weisbach, se requiere conocer un factor f', llamado factor de fricción de Darcy, el cual es una variable adimensional y depende tanto del número de Reynolds (Re, el cual a su vez es un factor adimensional que relaciona las fuerzas dinámicas del fluido), y la rugosidad relativa de la tubería ($\in/D$), la cual es un indicador de las imperfecciones del material de la misma tubería.

$$P_1V_1 + z_1\left(\frac{g}{g_c}\right) + \frac{\overline{v_1}^2}{2\alpha g_c} + Q - W_f = P_2V_2 + z_2\left(\frac{g}{g_c}\right) + \frac{\overline{v_2}^2}{2\alpha g_c} + \sum Fr \quad (1)$$

donde

* Facultad de Química, Universidad Nacional Autónoma de México.
Teléfonos: 044-55 5503 5898; 044-55 1032 7490
Correos electrónicos: (1) ofunaba@hotmail.com; (2) aanayadurand@hotmail.com
Fecha de recepción: 18 de enero de 2013.
Fecha de aceptación: 23 de diciembre de 2013.

$$\sum Fr = \frac{f'\bar{v}^2 L}{2g_c D} \quad (2)$$

Cuando el fluido es enviado a condiciones de flujo laminar ($Re \leq 2100$), el factor de fricción solo depende del número de Reynolds y se calcula a partir de la ecuación de Hagen-Poiseuille:

$$f' = \frac{64}{Re} \quad (3)$$

Por otro lado, cuando el flujo es a régimen turbulento ($Re \geq 4 \times 10^3$), el factor de fricción es generalmente calculado por la ecuación (4), conocida como la ecuación de Colebrook-White (CW):

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = -2\log\left[\frac{\frac{\epsilon}{D}}{3.7} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f'}}\right] \quad (4)$$

Esta ecuación está basada en estudios experimentales en tuberías comerciales e incluye consideraciones teóricas de los trabajos de von Karman y Prandlt, misma que el propio Lewis F. Moody (1944) afirmó que arrojaban resultados satisfactorios, ya que contempla tuberías lisas y rugosas, de la cual se origina el conocido Diagrama de Moody para obtener de manera gráfica factores de fricción. Lo anterior convierte a la correlación de CW en una ecuación estándar y la más aceptada para la estimación del factor de fricción a régimen turbulento y para rugosidad relativa ($0 < \epsilon/D < 0.05$). Sin embargo, como se observa en la ecuación (4), el factor de fricción se encuentra implícito en ella, impidiendo su despeje y complicando su utilización, para lo cual se requiere del uso de métodos numéricos.

No obstante, años después (mediados de 1970) de la publicación de la correlación de CW se han propuestos diversos modelos matemáticos que permiten obtener el valor del factor de fricción mediante ecuaciones explícitas.

Cabe mencionar que para la zona de transición entre régimen laminar y turbulento no existe una correlación confiable para determinar el valor de factor de fricción, ya que depende de varios factores como cambios de sección, de dirección del flujo y obstrucciones tales como válvulas corriente arriba de la zona considerada. Por ello, se recomienda, en caso de ser requerido, basarse en el Diagrama de Moody.

Justificación y objetivo

La aplicación de métodos numéricos para encontrar el valor del factor de fricción se puede volver una tarea muy tediosa, y aún más cuando ésta tiene que ser calculada en repetidas ocasiones durante la realización de problemas académicos o incluso en la evaluación de proyectos industriales. Por ello, el objetivo del trabajo es presentar una compilación de ecuaciones explícitas para el cálculo de factor de fricción, así como la comparación de las mismas respecto a la ecuación de Colebrook-White en el régimen turbulento, que permita seleccionar alguna de ellas como una ecuación práctica y sencilla para la determinación de dicho factor de fricción.

Correlaciones halladas en la literatura

En la tabla 1 se presentan varias correlaciones reportados en la literatura utilizadas para calcular el valor del factor de fricción.

Tabla 1. Correlaciones halladas en la literatura.

No. Mod.	Modelo	Correlación	Rango de Aplicación
1	**Filonenko** [8]	$f' = [1.82\ \log(Re) - 1.64]^{-2}$	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ Tuberías hidráulicamente lisas
2	**Altshul (1)** [10]	$f' = 0.11\left[\left(\frac{\epsilon}{D}\right) + \left(\frac{68}{Re}\right)\right]^{0.25}$	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ $1 \times 10^{-6} < \epsilon/D < 0.05$
3	**Altshul (2)**	$f' = \left\{1.8\ \log\left[\frac{Re}{0.135 \cdot Re \cdot \left(\frac{\epsilon}{D}\right) + 6.5}\right]\right\}^{-2}$	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ $1 \times 10^{-6} < \epsilon/D < 0.05$
4	**Konakov** [11]	$f' = [1.8\ \log(Re) - 1.5]^{-2}$	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ Tuberías hidráulicamente lisas
5	**Shacham (1)** [20]	$f' = \left\{-2\ \log\left[\frac{\left(\frac{\epsilon}{D}\right)}{3.7} - \frac{5.02}{Re}\log\left(\frac{\left(\frac{\epsilon}{D}\right)}{3.7} + \frac{14.5}{Re}\right)\right]\right\}^{-2}$	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ $1 \times 10^{-6} < \epsilon/D < 0.05$
6	**Shacham (2)** [20]	$f' = \left[\frac{X(1-\ln X) - \frac{\left(\frac{\epsilon}{D}\right)}{3.7}}{1.15129X + \frac{2.51}{Re}}\right]^{-2}$ donde $X = \frac{\left(\frac{\epsilon}{D}\right)}{3.7} - \frac{5.02}{Re}\log\left(\frac{\left(\frac{\epsilon}{D}\right)}{3.7} + \frac{14.5}{Re}\right)$	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ $1 \times 10^{-6} < \epsilon/D < 0.05$