



## Modelo simplificado para el estudio del balanceo asimétrico de cuerpos rígidos esbeltos



F. Peña\*

Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, México DF, México

### INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO

#### Historia del artículo:

Recibido el 16 de enero de 2013  
Aceptado el 16 de octubre de 2013  
On-line el 12 de abril de 2014

#### Palabras clave:

Cuerpos rígidos  
Balanceo  
Dinámica  
Impacto

### R E S U M E N

En este trabajo se presenta un modelo simplificado de elementos rígidos y resortes (MERR) para el estudio del balanceo asimétrico de cuerpos rígidos y se considera la hipótesis de pequeñas rotaciones, lo que permite simplificar la formulación matemática. Asimismo, se describe el fenómeno de la asimetría en el balanceo de bloques rígidos y se presentan diversos ejemplos numéricos tanto para validar el modelo como para estudiar la dinámica de bloques rígidos asimétricos. La respuesta máxima del bloque depende del tipo de asimetría, así como también de la dirección de la carga, por lo que estas deberían incluirse como variables en el estudio del balanceo asimétrico de cuerpos rígidos.

© 2013 CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Publicado por Elsevier España, S.L.U. Todos los derechos reservados.

### Simplified model for the study of the asymmetric rocking motion of slender rigid bodies

#### A B S T R A C T

This paper deals with the numerical modelling of rigid blocks by means of a rigid body spring model (RBSM). The hypothesis of small rotations has been considered in order to simplify the mathematical formulation. The asymmetric rocking motion is described. Extensive numerical simulations have been carried out in order to validate the numerical model, as well as to study the dynamical behaviour of asymmetric rigid bodies. The maximum response depends on the type of asymmetry and the direction of the load, which should become new variables in the study of asymmetric rocking motion.

© 2013 CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Published by Elsevier España, S.L.U. All rights reserved.

#### Keywords:

Rigid elements  
Rocking motion  
Dynamic behaviour  
Impact

### 1. Introducción

El estudio del comportamiento dinámico de cuerpos rígidos es un campo importante en la evaluación sísmica de estructuras debido a que algunas de ellas o ciertos elementos estructurales se pueden modelar como cuerpos rígidos. Algunos ejemplos típicos son: a) construcciones formadas por grandes bloques de piedra [1,2]; b) estructuras de mampostería simple, que generalmente fallan bajo acciones sísmicas formando grandes macrobloques [3,4]; c) máquinas, equipo, mobiliario, reactores nucleares, estatuas y objetos de arte [5-7], y d) edificios con ciertos tipos de aisladores

de base que permiten la disipación de energía sísmica por impacto [8,9].

Los primeros estudios datan de finales del siglo XIX [10,11]; sin embargo, el trabajo de Housner [12] se considera como el primer estudio sistemático sobre la dinámica de cuerpos rígidos. Housner propuso una ecuación en 2 partes para cada signo del ángulo de balanceo, mientras que el amortiguamiento se reproduce mediante un coeficiente de restitución.

Después de Housner, varios autores han estudiado el balanceo de cuerpos rígidos rectangulares simplemente apoyados [13-18], pero son pocos los que han analizado el balanceo asimétrico de bloques rígidos [19-22]. Se ha observado que la asimetría cambia la dinámica del balanceo de los cuerpos rígidos. Por ejemplo, de acuerdo con [22], los cuerpos que tienen múltiples puntos de rotación son significativamente más frágiles que los apoyados en 2 puntos de rotación. Esto significa que múltiples puntos de

\* Edificio 2 - 401, Circuito Escolar, Ciudad Universitaria, México, DF 04510.

Tel.: +52 55 56223600; fax: +52 55 562 23641.

Correo electrónico: [fpem@pumas.iingen.unam.mx](mailto:fpem@pumas.iingen.unam.mx)

rotación son equivalentes a un bloque más esbelto que esté apoyado únicamente en 2 puntos. Asimismo, bajo ciertas condiciones permitir el balanceo de un bloque hacia un solo lado es más peligroso que si se balanceara en las 2 direcciones [23].

A pesar de los avances significativos de las anteriores investigaciones, el estudio del comportamiento asimétrico continúa siendo un campo poco estudiado. El movimiento del balanceo se puede modelar sencillamente mediante la ecuación propuesta por Housner, para lo cual simplemente se necesitan los parámetros geométricos del bloque (véase la sección 2). Sin embargo, cuando se tiene un balanceo asimétrico, la formulación matemática se vuelve bastante compleja [15,16].

Varios autores han utilizado otras formulaciones matemáticas, como el Método de los Elementos Discretos, con el fin de evitar la complejidad matemática de la formulación clásica [1,24,25]. Sin embargo, este método presenta el inconveniente del gran tiempo de cómputo que requiere, ya que debe actualizar constantemente la geometría del modelo.

De este modo, el objetivo principal de este trabajo es presentar un Modelo simplificado de Elementos Rígidos y Resortes (MERR) para el estudio del balanceo asimétrico de cuerpos rígidos. Este modelo se basa en el principio de D'Alembert y en pequeñas rotaciones, con lo cual se obtiene una formulación que puede ser sencillamente programada y cuyo costo computacional es bajo. Asimismo, se describe el fenómeno de la asimetría en el balanceo de bloques rígidos y finalmente, se presentan diversos ejemplos numéricos tanto para validar el modelo como para estudiar la dinámica de bloques rígidos asimétricos.

## 2. Balanceo asimétrico de cuerpos rígidos

La asimetría de un bloque rígido no se encuentra ligada a su forma geométrica, como se podría pensar, sino a su comportamiento dinámico. Es decir, la respuesta del bloque será diferente si se mueve en una dirección o en otra. Por ejemplo, la figura 1 muestra la respuesta típica del balanceo libre de 2 cuerpos rígidos, uno que presenta simetría y otro con asimetría [26]. Para el primer caso (fig. 1a), la amplitud del ángulo de balanceo decrece conforme se va perdiendo energía debido al impacto del bloque al pasar por la posición de reposo. Sin embargo, cuando se presenta el balanceo asimétrico (fig. 1b), la amplitud del ángulo de balanceo depende de la dirección de la rotación. En este caso en particular, el ángulo máximo de balanceo cuando el ángulo es positivo es siempre medio grado más que cuando el ángulo es negativo, lo cual significaría que en lugar de perder energía después del impacto el sistema estaría ganando energía. Para este ejemplo, el balanceo asimétrico se debe a que el bloque presenta daño en uno de sus lados, lo que modifica precisamente la dinámica del bloque rígido [26].

Con base en esto, se ha observado que la simetría del movimiento de un bloque rígido depende fundamentalmente de la simetría existente entre los puntos de rotación del bloque  $RP$  con respecto a su centro de gravedad (fig. 2a). De acuerdo con Prieto y Lourenço [27], la dinámica de un bloque rígido es invariante con respecto a los signos del ángulo de balanceo, es decir, con respecto a una línea vertical imaginaria que pasa por los puntos de rotación (fig. 2b).

Así, se han detectado 2 causas principales que generan la asimetría: a) asimetría de base, y b) asimetría de frontera. La asimetría de base es aquella donde los puntos de rotación del bloque no son simétricos con respecto al centroide del elemento. Esta asimetría se puede deber a la geometría del cuerpo, al material del cual está constituido (no homogéneo) o por daño del elemento, debido fundamentalmente al impacto. Las condiciones de frontera pueden dar una asimetría cuando se tiene más de 2 puntos de rotación o apoyos. Como ejemplo, podemos mencionar un cuerpo rígido libremente

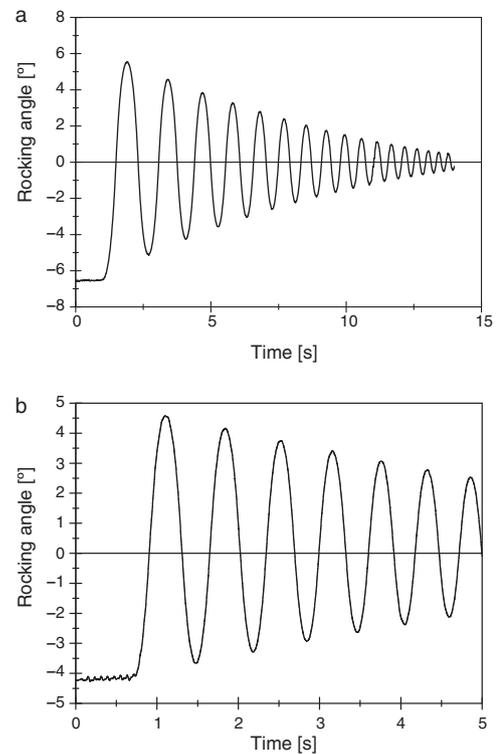


Figura 1. Respuestas típicas de bloques rígidos a balanceo libre: a) balanceo simétrico; b) balanceo asimétrico [24].

apoyado sobre una superficie plana y al mismo tiempo con una restricción en la parte superior, que le restringiría el movimiento en una dirección. Este sería el caso típico de un muro de mampostería que se encuentra desligado del resto de la estructura.

A pesar de los avances significativos de las investigaciones pasadas, el estudio del comportamiento asimétrico continúa siendo un campo poco estudiado. De hecho, los modelos analíticos para el estudio del balanceo de cuerpos rígidos continúan basándose en la formulación introducida por Housner [12]. La ecuación diferencial que gobierna el movimiento de balanceo es:

$$\theta'' \pm p^2 \text{sen}(\alpha \mp \theta) = p^2 \cos(\alpha \mp \theta) \frac{a(t)}{g} \quad (1)$$

donde el símbolo ( $'$ ) significa diferenciación con respecto al tiempo  $t$ ,  $\theta$  es el ángulo de balanceo,  $a$  es la aceleración horizontal del suelo,  $g$  es la aceleración de la gravedad, el signo  $\pm$  se refiere al dominio del ángulo de balanceo  $\theta > 0$  y  $\theta < 0$ , respectivamente, mientras que  $\alpha$  es el ángulo crítico y  $p$  es un parámetro geométrico (fig. 3).

El ángulo crítico  $\alpha$  se define como el ángulo al cual se voltea el bloque debido a cargas estáticas, y se puede calcular mediante:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{b}{h}\right) \quad (2)$$

mientras que el parámetro  $p$ , que tiene unidades de frecuencia, se puede definir como:

$$p = \frac{MgR}{I} \quad (3)$$

donde  $M$  es la masa,  $I$  es el momento de inercia definido con respecto al punto de rotación  $O$  y  $R$  es la distancia del centro de gravedad al punto de rotación  $O$ , definido mediante (fig. 3):

$$R = \sqrt{b^2 + h^2} \quad (4)$$

La disipación de energía debida al impacto del bloque se toma en cuenta mediante el coeficiente de restitución  $\mu$ , el cual multiplica a la velocidad angular  $\theta'$  cuando el cuerpo pasa a través del

Download English Version:

<https://daneshyari.com/en/article/1702479>

Download Persian Version:

<https://daneshyari.com/article/1702479>

[Daneshyari.com](https://daneshyari.com)