Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing. 2015;**31(1)**:20–26

ELSEVIER DOYMA

Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería

www.elsevier.es/rimni

Uma simulação eficiente de estruturas sob carregamentos impulsivos e uma apliação expedita

A.A. Motta* e N.F.F. Ebecken

COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil

INFORMAÇÃO SOBRE O ARTIGO

Historial do artigo:
Recebido a 4 de abril de 2013
Aceite a 7 de novembro de 2013
On-line a 2 de abril de 2014

Palavras-chave:
Simulação
Elementos finitos
Carregamento impulsivo

R E S U M O

A classe de problemas de estruturas metálicas sujeitas a carregamentos rápidos de elevada amplitude, como os que ocorrem quando são submetidas a ondas de choque produzidas por explosões, envolve grandes deformações e ação inelástica. O estado-da-arte em códigos explícitos para Análise por Elementos Finitos de problemas dinâmicos requerem incrementos de tempo limitados por requisitos de estabilidade e não de precisão. Para processos com altas taxas de carregamento, precisão satisfatória pode requerer incrementos de tempo muito pequenos de forma que o limite de estabilidade não seja penalizado. Precisão aceitável pode não requerer incrementos tão reduzidos se métodos implícitos forem considerados. No entanto, os métodos implícitos utilizados em análise quase-estática requerem a solução de grandes sistemas de equações e vários desses sistemas devem ser resolvidos a cada incremento de tempo para satisfazer o equilíbrio dinâmico quando se usa iteração de Newton. Os métodos de solução direta de matrizes utilizados podem incorrer em custos computacionais que crescem a uma taxa n m^2, onde n é o número de graus de liberdade e m é a banda de largura da frente, resultando em custos proibitivos para problemas grandes, com muitos graus de liberdade. Neste trabalho, a utilização de integração implícita no tempo e livre de matrizes é explorada e verifica-se que a eficiência computacional de códigos explícitos é combinada com a estabilidade inerente de métodos implícitos. O modelo desenvolvido é aplicado na simulação de uma estrutura complexa em um processo repetitivo, com elevado custo computacional, mostrando a sua valia.

An efficient simulation of structures under impulsive loadings and an expedited application

Keywords:
Simulation
Finite elements
Impulsive loads

A B S T R A C T

The class of physical problems of metal structures subject to rapid, large amplitude loads, such as occurs when they are submitted to an explosion blast, involves large deformations and inelastic action. Current state of art in explicit dynamic Finite Element Analysis codes require time steps limited by stability requirements rather than by accuracy. For very high rate processes, accuracy would require a very small time step so that the stability limit does not penalize. Acceptable accuracy may not require such small steps if implicit methods are considered. The implicit methods used in quasi-static analysis, however, require the solution of large systems of equations, and several such systems must be solved at each time step to satisfy the dynamic equilibrium when using Newton iteration. The direct matrix solvers that are used incur in computational costs that grow as n m2, where n is number of degrees-of-freedom and m is the band of the front width, thus resulting in prohibitive costs for very large problems.

* Autor para correspondência.
Correio eletrónico: alexmotta@gmail.com (A.A. Motta).

0213-1315/$ – see front matter
http://dx.doi.org/10.1016/j.rimni.2013.11.002

In this work, the use of higher order, implicit time integration and matrix-free solution of the system of equations is explored. Computational efficiency of explicit codes is combined with the inherent stability of implicit methods. The model developed is applied in the simulation of a complex structure, with elevated computational cost, showing its validity.

1. Introdução

A maior parte dos códigos para simulação e análise do comportamento de estruturas metálicas sob carregamentos distribuídos impulsivos são baseados em métodos explícitos, sendo esperados processos com altas taxas de variação, grandes deformações e ação inelástica. A escolha típica para a formulação dessa classe de problemas é euleriana, incorrendo na necessidade do uso de incrementos de tempo muito pequenos para que a precisão obtida seja aceitável. É possível resolver esses problemas, que são esperados serem rígidos, com integração implícita (com a sua inerente estabilidade) de ordens elevadas em uma solução livre de matrizes com a eficiência computacional dos códigos explícitos [1].

Um método desenvolvido a partir do código VODPK (Brown et al. [2,3]) para a solução desses problemas foi desenvolvido, mostrando-se um ponto de partida apropriado para o problema em questão. Nele, problemas de valor inicial são resolvidos pela combinação de regras de integração implícitas com ordem variável, precondicionamento e um solucionador de equações de Krylov livre de matrizes, adequado para a solução de grandes sistemas de equações em computadores vetoriais.

No presente trabalho, o método é introduzido através da sua aplicação na simulação da resposta dinâmica de uma viga biengastada (com não linearidade geométrica) sob um carregamento impulsivo transversal. Também é mostrado que o uso de integração de ordem elevada, implícita no tempo e livre de matrizes, pode ser utilizada para a solução do sistema de equações resultante, obtendo-se eficiência computacional dos métodos explícitos com a estabilidade dos implícitos [1]. Subsequentemente, essa metodologia é aplicada na simulação do comportamento dinâmico de uma estrutura metálica complexa submersa em meio líquido submetida à onda de choque produzida pela explosão de uma carga submarina. Os resultados obtidos serviram de base para a otimização expedita de cargas explosivas submarinas [4], mostrando a validade do método apresentado.

A discretização obtida pela aplicação do método dos elementos finitos em sistemas dinâmicos resulta, via de regra, em sistemas de equações diferenciais de segunda ordem no tempo que podem ser reduzidos a sistemas de primeira ordem por um artíficio simples de substituição de variáveis [1]. Seja o sistema de equações descrito pela eq. 1:

$$[M]\,\ddot{\boldsymbol{u}} = -[C]\,\dot{\boldsymbol{u}} - [K]\,\boldsymbol{u} + \boldsymbol{p}(t), \tag{1}$$

Fazendo-se $\boldsymbol{v} = \dot{\boldsymbol{u}}$ (3), a equação (1) pode ser reescrita como $[M]\,\dot{\boldsymbol{v}} = -[C]\,\boldsymbol{v} - [K]\,\boldsymbol{u} + \boldsymbol{p}(t)$ (3), ou seja, houve uma redução da ordem do sistema de equações, de segunda para primeira ordem.

A estrutura de tais sistemas de equações lhes confere uma série de propriedades e diversos estudos apresentaram propostas relacionadas à sua integração no tempo, como os métodos Newmark [5] ou HHT-α [6,7], disponíveis na literatura sobre o assunto. Tal aprofundamento, nesse e em outros tópicos que não sejam o objetivo desse trabalho, serão evitados a fim de não estender em demasia o artigo nem torná-lo entediante, redundante com a vasta literatura disponível sobre esses assuntos.

2. Desenvolvimento

2.1. Rigidez

Um problema de valor inicial (PVI) será dito rígido se tiver um modo de vibração altamente amortecido (ou «super-estável»), o que ocorre quando o seu jacobiano tem um autovalor com a parte real negativa. PVI podem ser descritos como [1]:

$$\begin{aligned} &\partial \boldsymbol{y}/\partial t = f(\boldsymbol{y}, t), \quad \boldsymbol{y} \in \Re^N \\ &\boldsymbol{y}(t = t_0) = \boldsymbol{y}_0 \end{aligned} \tag{2}$$

2.2. Precondicionamento

O sistema de equações algébricas representativo de um PVI pode ser descrito como $\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$. Entretanto, pode ser possível resolver um sistema parecido com o original que seja de solução mais fácil. A operação que produz esse novo sistema é chamada de precondicionamento. Precondicionadores são matrizes arbitrárias que são aplicadas a sistemas de equações a fim de aumentar a eficiência da solução. A seguinte transformação é utilizada no precondicionamento de uma matriz A:

$$\mathbf{A}' = (\mathbf{P}_1)^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{P}_2)^{-1}, \tag{3}$$

de forma que resolve-se o sistema $\boldsymbol{A'}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, ao invés do sistema original. As matrizes $\boldsymbol{P_1}$ e $\boldsymbol{P_2}$ são, via de regra, diferentes e o seu produto, $(\boldsymbol{P_1})^*(\boldsymbol{P_2})$, deve ser uma aproximação da matriz *A* original. O sistema resultante deve ser mais fácil de resolver. Fazendo-se $\boldsymbol{P_2} = \boldsymbol{I}$, tem-se o chamado precondicionamento à esquerda. De forma similar, é feito precondicionamento à direita quando $\boldsymbol{P_1} = \boldsymbol{I}$. Devido ao fato de precondicionadores serem matrizes arbitrárias, é possível ajustar alguns de seus elementos de forma a encontrar uma forma que produza uma solução eficiente. Apenas precondicionamento à esquerda foi efetuado no presente trabalho. É importante ressaltar a existência de extensos estudos acerca de precondicionamento, como o método do gradiente conjugado [8], novamente aqui omitidos a fim de não esteder em demasia o presente trabalho.

No presente desenvolvimento, o sistema precondicionado foi obtido como se segue [1]:

$$\mathbf{A}' = \mathbf{I} - hrl_1 * \mathbf{J} \tag{4}$$

onde:

$\boldsymbol{I}$ = matriz identidade
hrl_1 = um escalar relacionado ao incremento de tempo, calculado internamente pelo código
$\boldsymbol{J}$ = a matriz jacobiana de $f(\boldsymbol{y},t)$

2.3. O método

VODPK permite a solução de sistemas de equações diferenciais por uma série de métodos selecionáveis pelo usuário, com variações possíveis na escolha do método multipasso básico, ou preditor (***1***, Adams implícito com coeficientes variáveis ou ***2***, fórmulas com diferenciação retrógrada – *Backward Differentiation Formula*, com coeficientes variáveis e coeficientes precessores fixos – *variable-coefficient BDF with fixed-leading coefficient method*) e no corretor