Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing. 2014;30(2):97–105

Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería

www.elsevier.es/rimni

Diseño óptimo robusto utilizando modelos Kriging: aplicación al diseño óptimo robusto de estructuras articuladas

J. Martínez-Frutos* y P. Martí

Departamento de Estructuras y Construcción, Universidad Politécnica de Cartagena, Campus Muralla del Mar, 30202 Cartagena, Murcia, España

INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO

Historia del artículo:
Recibido el 9 de agosto de 2012
Aceptado el 31 de enero de 2013
On-line el 23 de octubre de 2013

Palabras clave:
Optimización estructural
Diseño óptimo robusto
Metamodelos
Modelos Kriging

RESUMEN

El problema de diseño óptimo robusto de estructuras es una tarea computacionalmente costosa como consecuencia del acoplamiento de los procesos de cuantificación de incertidumbre y de optimización. Para hacer frente a este problema, en este artículo se propone una metodología, basada en modelos Kriging, para resolver de forma eficiente el problema de cuantificación de incertidumbre en el proceso de optimización. El modelo Kriging aproxima, de forma simultánea, la respuesta estructural en el dominio de diseño y en el dominio estocástico, permitiendo desacoplar los procesos de cuantificación de incertidumbre y de optimización. La metodología propuesta incluye un criterio de actualización de los modelos Kriging basado en la estimación del error en la predicción, que mejora la aproximación en las regiones cercanas al frente de Pareto. Se han resuelto 3 problemas para mostrar la aplicabilidad y la precisión de la metodología propuesta. Los resultados muestran que la metodología es adecuada para resolver el problema de diseño óptimo robusto con una precisión razonable y un número de evaluaciones del modelo de simulación muy inferior al que requieren los métodos convencionales.

Robust design optimization using Kriging models: Application to the robust design optimization of truss structures

Keywords:
Structural optimization
Robust design optimization
Metamodels
Kriging models

ABSTRACT

Conventional methods addressing the robust design optimization problem of structures usually require high computational requirements due to the nesting of uncertainty quantification within the optimization process. In order to address such a problem, this work proposes a methodology, based on Kriging models, to efficiently assess the uncertainty quantification in the optimization process. The Kriging model approximates the structural performance both in the design domain and in the stochastic domain, which allows to decouple the uncertainty quantification process and the optimization process. In addition, an infill criterion based on the variance of the Kriging prediction is included to update the Kriging model towards the global Pareto front. Three numerical examples show the applicability and the accuracy of the proposed methodology. The results show that the proposed method is appropriate to solve the robust design optimization problem with reasonable accuracy and a considerably lower number of function calls than required by conventional methods.

1. Introducción

Tradicionalmente, las incertidumbres en las condiciones de carga, en las propiedades de los materiales, en la geometría o en las condiciones de contorno de las estructuras se han incluido en el proceso de diseño mediante hipótesis basadas en la experiencia o en criterios de ingeniería tales como la utilización de factores de seguridad. Utilizando dichas hipótesis se obtiene un modelo

* Autor para correspondencia.
Correo electrónico: jesus.martinez@upct.es (J. Martínez-Frutos).
URL: http://www.upct.es/goe/ (P. Martí).

0213-1315/$ – see front matter © 2013 CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.
http://dx.doi.org/10.1016/j.rimni.2013.01.003

simplificado, basado en los valores nominales de las variables y de los parámetros de diseño. Sin embargo, las soluciones óptimas que se han alcanzado con este enfoque determinista tienen un comportamiento óptimo únicamente bajo condiciones cercanas a las fijadas en el proceso de optimización, pudiendo deteriorarse en gran medida cuando las condiciones se alejan de las de diseño.

La necesidad de incorporar las incertidumbres en el proceso de diseño ha estimulado el interés por la investigación de procedimientos capaces de proporcionar diseños más robustos y fiables. En la actualidad existen 2 formulaciones que consideran la respuesta probabilista de las estructuras en el proceso de diseño óptimo: el diseño óptimo basado en fiabilidad (*Reliability-Based Design Optimization*, RBDO [1]) y el diseño óptimo robusto (*Robust Design Optimization*, RDO [2–4]). La primera de ellas consiste en un problema de optimización en que se incluyen los efectos de la incertidumbre por medio de probabilidades de fallo y de valores esperados. La segunda trata de determinar un diseño menos sensible a las incertidumbres de las variables y de los parámetros que intervienen en la respuesta estructural mediante la utilización de índices de robustez.

La principal dificultad para la aplicación de los actuales métodos de diseño óptimo robusto es el elevado coste computacional, tanto para evaluar los momentos estadísticos de la respuesta estructural como para obtener las sensibilidades necesarias para el proceso de optimización. Para abordar este problema, diversos autores proponen la utilización de aproximaciones o metamodelos durante el proceso de diseño óptimo robusto [5–10]. Dellino et al. [9] combinaron el método Taguchi de diseño robusto con superficies de respuesta para acelerar el proceso de cuantificación de incertidumbre. Li y Kang [5] utilizaron modelos Kringing para aproximar los momentos estadísticos de la respuesta estructural y un algoritmo de recocido simulado para la búsqueda de un óptimo global. Guoqi y Daugi [10] presentaron una metodología basada en la utilización de *support vector regression* para la resolución del problema de diseño óptimo robusto de problemas de alta dimensionalidad. Martínez y Martí [7] propusieron un procedimiento adaptativo basado en modelos Kriging para la resolución del problema de diseño óptimo robusto multiobjetivo. Jin et al. [11] realizaron un estudio de la aplicabilidad y la precisión de diferentes técnicas de metamodelos para la resolución del problema de optimización bajo incertidumbre, en el que concluyeron que la precisión de los resultados óptimos dependía en gran medida de la capacidad del metamodelo para capturar globalmente la respuesta estructural. Beyer y Sendhoff [12] realizaron una revisión del estado de la cuestión del problema de diseño óptimo robusto, en la que pusieron de manifiesto la importancia de una mayor investigación en nuevas técnicas de metamodelos que garanticen la precisión global de la aproximación. La dificultad para obtener una aproximación global precisa ha estimulado la investigación en procedimientos adaptativos que garanticen la obtención de un diseño óptimo global. En este sentido, autores como Jurecka et al. [8] adaptaron técnicas de optimización dirigidas por metamodelos al campo del diseño óptimo robusto.

El objetivo de este artículo es proponer una metodología para la resolución del problema de diseño óptimo robusto, que utiliza modelos Kriging para resolver de forma eficiente el problema de la cuantificación de incertidumbre en el proceso de optimización. A diferencia de otros trabajos, en la metodología propuesta el modelo Kriging aproxima simultáneamente la respuesta estructural en el dominio de diseño y en el dominio estocástico. El modelo Kriging sustituye al simulador y actúa como soporte del proceso de cuantificación de incertidumbre y del proceso de optimización. Asimismo, esta metodología incluye un criterio de actualización de los modelos Kriging, basado en la estimación del error en la predicción, que mejora la aproximación en las regiones cercanas al frente de Pareto. La metodología propuesta permite: 1) evaluar la robustez del diseño utilizando un número reducido de evaluaciones en comparación con los procedimientos convencionales, tales como los métodos de simulación; 2) desacoplar los procesos de cuantificación de incertidumbre y de optimización, reduciendo el número de evaluaciones del simulador en comparación con el enfoque anidado; y 3) mejorar la precisión de la aproximación en las regiones cercanas a los óptimos de Pareto.

2. Metamodelos

Un metamodelo (*model of model* [13]) se utiliza habitualmente para sustituir globalmente a un modelo de simulación que requiere un alto coste computacional para su evaluación. Esta aproximación puede utilizarse, entre otras aplicaciones, para facilitar el proceso de optimización, explorar el espacio de diseño o llevar a cabo análisis de fiabilidad. En la literatura especializada existe una gran variedad de metamodelos, tales como las superficies de respuesta [14], los modelos Kriging [15,16], las funciones de base radial [17] o las redes neuronales [15,18]. De entre las diferentes técnicas de metamodelos, los modelos Kriging [16] han alcanzado una gran popularidad en los últimos años gracias a su gran flexibilidad para aproximar respuestas con alto grado de no linealidad [11] y a que proporcionan información estadística del error cometido en la predicción [19].

2.1. Modelos Kriging

Los modelos Kriging asumen que el modelo de simulación puede ser aproximado por una realización de un proceso estocástico *gaussiano* $\mathcal{G}(\mathbf{x})$ con una media $E[\mathcal{G}(\mathbf{x})] = \mathbf{f}(\mathbf{x})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}$ y una covarianza $Cov[\mathcal{G}(\mathbf{x}), \mathcal{G}(\mathbf{x}')] = \alpha^2 \mathrm{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \boldsymbol{\phi})$, a priori desconocidas. En las expresiones anteriores, $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \ldots, \beta_p]^T$ es un vector de parámetros desconocidos, $\boldsymbol{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), \ldots, f_p(\mathbf{x})]^{\mathrm{T}}$ es un conjunto conocido de funciones de $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ (funciones de regresión), α^2 es la varianza de $\mathcal{G}(\mathbf{x})$ y $\mathcal{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \boldsymbol{\phi})$ es la función de correlación entre $\mathbf{x}$ y $\mathbf{x}'$. El proceso estocástico $\mathcal{G}(\mathbf{x})$ representa el conocimiento a priori de la función que aproximar, y por esta razón la selección de la función de correlación debe ser consistente con la información conocida de dicha función. El modelo de correlación más ampliamente utilizado es el modelo exponencial anisótropo generalizado:

$$\mathrm{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \boldsymbol{\phi}) = \exp\left(\sum_{i=1}^{n} -\phi_i |\mathrm{x}_i - \mathrm{x}_i'|^s\right), \quad 1 \le s \le 2. \tag{1}$$

Los parámetros $\boldsymbol{\beta}$, α^2 y $\boldsymbol{\phi}$ son desconocidos a priori y se han de determinar a partir de las respuestas del simulador $\mathcal{Y} = \{y_1, \ldots, y_m\}$ para un conjunto de diseños $\mathcal{X} = \{\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_m\}$. Utilizando técnicas bayesianas, la distribución posterior de $\mathcal{G}(\mathbf{x})$, condicionada a las observaciones $\mathcal{Y} = \{y_1, \ldots, y_m\}$, es *gaussiana* [20] con media:

$$\hat{y}(\mathbf{x}) \equiv \mathrm{E}[\mathcal{G}(\mathbf{x})|\mathcal{Y}] = \mathbf{f}(\mathbf{x})^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}(\mathrm{x})^{\mathrm{T}}\mathbf{R}^{-1}(\mathcal{Y}^{\mathrm{T}} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}}), \tag{2}$$

y covarianza:

$$\begin{aligned} Cov[\mathcal{G}(\mathbf{x}), \mathcal{G}(\mathbf{x}')|\mathcal{Y}] = \alpha^2\{&\mathrm{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \boldsymbol{\phi}) - \mathbf{r}(\mathbf{x})^{\mathrm{T}}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{r}(\mathbf{x}') \\ &+ \mathbf{u}(\mathbf{x})^{\mathrm{T}}(\mathbf{F}^{\mathrm{T}}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F})^{-1}\mathbf{u}(\mathbf{x}')\}, \end{aligned} \tag{3}$$

siendo:

$$\mathbf{u}(x) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}^{\mathrm{T}}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{r}(\mathbf{x}), \tag{4a}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{F}^{\mathrm{T}}R^{-1}\mathbf{F})^{-1}\mathbf{F}^{\mathrm{T}}R^{-1}\mathcal{Y}, \tag{4b}$$

$$\alpha^2 = \frac{1}{m}(\mathcal{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}})^{\mathrm{T}}\mathbf{R}^{-1}(\mathcal{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}}), \tag{4c}$$

$$F_{ij} = f_j(\mathbf{x}_i), \qquad i = 1, \ldots, m, \tag{4d}$$

$$j = 1, \ldots, p, \tag{4e}$$