Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing. 2014;**30(1)**:35–41

Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería

www.elsevier.es/rimni

Propagación de ondas de Rayleigh en medios con grietas

E. Olivera-Villaseñor [a,*], J. Núñez-Farfán [a], N. Flores-Guzmán [b], M. Carbajal-Romero [c], A. Rodríguez-Castellanos [a] y F.J. Sánchez-Sesma [d]

[a] *Instituto Mexicano del Petróleo, Eje Central L. Cárdenas 152, CP 07730, México D.F., México*
[b] *Centro de Investigación en Matemáticas, Jalisco s/n, Mineral de Valenciana, Guanajuato, México*
[c] *Instituto Politécnico Nacional, Unidad Profesional ESIME Azcapotzalco, Av. de las Granjas 682, Sta. Catarina, Del. Azcapotzalco, 02250 México D.F., México*
[d] *Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México; Cd. Universitaria, Coyoacán 04510, México D.F., México*

INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO

Historia del artículo:
Recibido el 3 de abril de 2012
Aceptado el 12 de agosto de 2012
On-line el 27 de febrero de 2013

Palabras clave:
Funciones de Green
Detección de grietas
Ondas de Rayleigh
Método de elementos frontera
Cocientes espectrales
Teorema de Somigliana
Picos de resonancia

R E S U M E N

Este trabajo está enfocado a la obtención de resultados numéricos que permitan la detección y caracterización de grietas sub-superficiales en sólidos mediante la incidencia de ondas elásticas de Rayleigh. Los resultados se obtienen a partir de ecuaciones integrales de frontera, que pertenecen al campo de la elastodinámica. Una vez que se aplican las condiciones de frontera se obtiene un sistema de ecuaciones integrales del tipo Fredholm de segunda especie y orden cero, el cual es resuelto mediante eliminación gaussiana. El método que se emplea para la discretización de dichas ecuaciones es conocido como «método indirecto de elementos frontera», el cual puede ser visto como una derivación del teorema clásico de Somigliana. A partir de los análisis realizados en el dominio de la frecuencia emergen picos de resonancia que permiten inferir la presencia de grietas mediante los cocientes espectrales. Se analizaron varios modelos de medios agrietados donde se pretende evidenciar la gran utilidad que presenta el uso de los cocientes espectrales para identificar grietas. Se estudiaron los efectos de la orientación y la localización de las grietas. Los resultados obtenidos presentan buena concordancia con los publicados previamente.

Propagation of Rayleigh's waves in cracked media

Keywords:
Green's functions
Crack detection
Rayleigh's waves
Boundary element method
Spectral ratio
Somigliana's theorem
Resonance peaks

A B S T R A C T

This work is focused on the finding of numerical results for detection and characterization of sub-surface cracks in solids under the incidence of Rayleigh's elastic waves. The results are obtained from boundary integral equations, which belong to the field of dynamics of elasticity. Once applied the boundary conditions, a system of Fredholm's integral equations of second kind and zero order is obtained, which is solved using Gaussian elimination. The method that is used for the solution of such integral equations is known as the Indirect Boundary Element Method, which can be seen as a derivation of the Somigliana's classic theorem. On the basis of the analysis made in the frequency domain, resonance peaks emerge and allow us to infer the presence of cracks through the spectral ratios. Several models of cracked media were analyzed, where analyses reveal the great utility that displays the use of spectral ratios to identify cracks. We studied the effects of orientation and location of cracks. The results show good agreement with the previously published.

1. Introducción

Es bien sabido que la presencia de grietas en componentes estructurales conduce a problemas de estabilidad e integridad estructural. Las grietas en materiales y componentes usados en la ingeniería mecánica y civil causan la reducción de la capacidad estructural y pueden conducir a inestabilidad o colapso.

* Autor para correspondencia.
Correo electrónico: oliveravillasenor.e@hotmail.com (E. Olivera-Villaseñor).

0213-1315/$ – see front matter © 2012 CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.
http://dx.doi.org/10.1016/j.rimni.2012.08.005

El desarrollo de estudios para la identificación y caracterización de las grietas tiene su origen en una gran variedad de áreas, citando, por ejemplo, a Griffith [1]. El progreso tecnológico centrado en ensayos no destructivos (NDT) de los materiales ha conducido al desarrollo de dispositivos tales como generadores de pulsos (ondas mecánicas) y receptores que pueden llegar a frecuencias tan altas como 200 MHz. Por otro lado, los avances teóricos y en los modelos numéricos [2,3] han demostrado ser útiles para una interpretación conjunta con los desarrollos en el campo de NDT [4,5]. Un panorama general de resultados teóricos en relación a la interacción de las ondas elásticas con grietas puede verse en Zhang y Gross [6]. La identificación y caracterización de grietas de superficie y sub-superficiales que utilizan las ondas de Rayleigh son de mucho interés en la industria; véanse, por ejemplo , las referencias [7–12]. Principalmente y desde el punto de vista teórico, Achenbach et al. han desarrollado formulaciones que han contribuido enormemente a la comprensión encaminada a la caracterización de grietas mediante el uso de ondas elásticas, citando por ejemplo [13–16].

Adicionalmente, se han desarrollado diversas investigaciones en el campo de las ecuaciones integrales de frontera aplicadas a la identificación y caracterización de cavidades y grietas [17–19]. Una contribución sumamente importante fue la desarrollada en [20], la cual está encaminada al estudio de las ecuaciones integrales hipersingulares con fines de identificación de grietas, remarcando su valioso y auxiliar uso en análisis de NDT. Por otro lado, para fines de identificación de grietas se ha demostrado que las ondas irradiadas dependen de una integral del tensor de Green de tracciones ponderada con la apertura de la cara de la grieta y las cuales son relativamente insensibles a concentraciones de esfuerzos [21]. Las ecuaciones integrales de frontera de desplazamientos se utilizaron para la localización de grietas aplicando vibraciones o ultrasonido en Rus y Gallego [22], y su principal objetivo fue el de evaluar la capacidad de solucionar problemas pertenecientes al campo de NDT.

Este trabajo considera el estudio de las ecuaciones integrales de frontera, las cuales pueden ser derivadas del teorema clásico de Somigliana, para abordar la detección y caracterización de discontinuidades sub-superficiales mediante ondas de Rayleigh. Particularmente, este método puede ser visto como uno perteneciente a los métodos de elemento frontera (MEF), y adquiere el carácter de indirecto (MIEF) debido a que las incógnitas, conocidas como densidades de fuerza, se obtienen en un paso intermedio. El sistema de ecuaciones integrales, de tipo Fredholm de segunda especie y orden cero, se obtiene a partir de la aplicación de las condiciones de frontera en los puntos de colocación. Estos puntos de colocación se establecen en los puntos medios de cada elemento frontera (elementos constantes). Para la solución del sistema de ecuaciones integrales obtenido se ha empleado el método de eliminación gaussiana, debido a que este representa un método simple que permite la obtención de soluciones exactas a las ecuaciones lineales. Se ha tenido especial cuidado de evitar problemas de mal condicionamiento del sistema de ecuaciones, y por lo tanto fue posible obtener soluciones precisas para los modelos aquí planteados. Es importante mencionar que a partir del análisis en el dominio de la frecuencia se observan picos de resonancia que pueden estar relacionados con la presencia de grietas sub-superficiales y que aparecen claramente empleando los cocientes espectrales.

2. Ecuaciones integrales de frontera

Si se considera un dominio sólido elástico V delimitado por su frontera S, los campos difractados de desplazamientos y tracciones, bajo una excitación armónica, pueden ser expresados, despreciando las fuerzas de cuerpo, por medio de las ecuaciones integrales de frontera:

$$u_i^d(x) = \int_{\partial S} G_{ij}\left(x, \xi\right) \phi_j\left(\xi\right) dS_\xi, \tag{1}$$

y

$$t_i^d(x) = c\phi_i(x) + \int_{\partial S} T_{ij}\left(x, \xi\right) \phi_j\left(\xi\right) dS_\xi, \tag{2}$$

donde $u_i^d(\boldsymbol{x})$ = *i-ésima* componente de desplazamiento en un punto $\mathbf{x}$, $G_{ij}\left(\mathbf{x};\boldsymbol{\xi}\right)$ = función de Green, que representan el desplazamiento en dirección i en $\mathbf{x}$ debido a la aplicación de una fuerza unitaria en dirección j en el punto $\boldsymbol{\xi}$, $\phi_j\left(\boldsymbol{\xi}\right)$ es la densidad de fuerza en dirección j en el punto $\boldsymbol{\xi}$. El producto $\phi_j\left(\boldsymbol{\xi}\right) \quad dS_{\boldsymbol{\xi}}$ es la distribución de la fuerza en la superficie S (los subíndices i, j se limitan a ser 1 o 3). El subíndice de la diferencial muestra la variable sobre la cual se va a realizar la integración. Esta ecuación integral puede obtenerse a partir de la representación integral de Somigliana [23]. Además, se ha demostrado que si $\phi_j\left(\boldsymbol{\xi}\right)$ es continua a lo largo de S, en ese caso el campo de desplazamientos es continuo a través de S [24]. $t_i^d(\boldsymbol{x})$ = *i-ésima* componente de tracciones, c = 0, 5 si $\mathbf{x}$ tiende a la frontera S «desde dentro» de la región, $c = -0, 5$ si $\mathbf{x}$ tiende a S «desde fuera» de la región, o c = 0 si $\mathbf{x}$ no está en S. $T_{ij}\left(\mathbf{x};\boldsymbol{\xi}\right)$ = función de tracciones de Green, o sea, la tracción en la dirección i en el punto $\mathbf{x}$, vinculado al vector unitario $n_i(\mathrm{x})$, debido a la aplicación de una fuerza unitaria en dirección j en $\boldsymbol{\xi}$ sobre S. Las funciones de Green para desplazamientos y tracciones para un espacio infinito pueden ser consultadas en Sánchez-Sesma y Campillo [23].

3. Planteamiento del problema

En términos generales, en la propagación de ondas en medios agrietados, los campos de desplazamientos y tracciones pueden ser representados por la suma de un campo libre (superíndice «o») y de un campo difractado (superíndice «d»), esto es: $u_i(\boldsymbol{x}) = u_i^o(\boldsymbol{x}) + u_i^d(\boldsymbol{x})$ y $t_i(\boldsymbol{x}) = t_i^o(\boldsymbol{x}) + t_i^d(\boldsymbol{x})$, respectivamente. El campo libre se expresa, por ejemplo, por la incidencia de las ondas P, SV o de Rayleigh. Las condiciones en la superficie libre se conocen como de tracciones libres y se representan como $t_i(\mathbf{x}) = 0$.

Las ecuaciones integrales establecidas en las ecuaciones (1) y (2) permiten la inclusión de grietas o discontinuidades debido al uso del concepto de multi-región. El dominio de estudio puede ser discretizado en regiones, y la unión entre ellas debe satisfacer a las condiciones de frontera que representan la continuidad ($u_i^R(\boldsymbol{x}) = u_i^E(\boldsymbol{x})$ y $t_i^R(\boldsymbol{x}) = t_i^E(\boldsymbol{x})$) para una región R y una región E, por ejemplo. Para incluir una grieta entre las 2 regiones se deben establecer las condiciones de frontera de tracciones libres en las caras de las grietas y se escriben como $t_i^R(\boldsymbol{x}) = 0$ y $t_i^E(\boldsymbol{x}) = 0$.

Cada superficie se divide en elementos frontera cuya longitud es igual o menor a 1/6 de la longitud de ondas SV obtenida a cada frecuencia. Por ejemplo, para una superficie libre, la unión entre las regiones R y E y la discontinuidad o grieta se requieren los elementos frontera N, M y K, respectivamente. Entonces, las ecuaciones (1) y (2) pueden ser escritas, considerando los campos libres y difractados y las condiciones de frontera descritas anteriormente, como:

$$c\phi_i^R(\mathbf{x}) + \int_{\partial R} \phi_j^R\left(\boldsymbol{\xi}\right) T_{ij}^R\left(\mathbf{x};\boldsymbol{\xi}\right) dS_\xi = -t_i^{o^R}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \partial_3 R, \tag{3}$$

$$\int_{\partial R} \phi_j^R\left(\boldsymbol{\xi}\right) G_{ij}^R\left(\mathbf{x};\boldsymbol{\xi}\right) dS_\xi - \int_{\partial E} \phi_j^E\left(\boldsymbol{\xi}\right) G_{ij}^E\left(\mathbf{x};\boldsymbol{\xi}\right) dS_\xi$$
$$= u_i^{o^E}(\mathbf{x}) - u_i^{o^R}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \partial_1 R = \partial_1 E, \tag{4}$$