Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing. 2013;**29(3)**:146–151

Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería

www.elsevier.es/rimni

Modelado numérico para estudiar interfases fluido-sólidas ante excitaciones dinámicas

E. Flores-Méndez [a,*], M. Carbajal-Romero [b], N. Flores-Guzmán [c] y J. Núñez-Farfán [a]

[a] *Instituto Politécnico Nacional, Unidad Profesional ESIA Zacatenco, México D.F., México*
[b] *Instituto Politécnico Nacional, Unidad Profesional ESIME Azcapotzalco, Av. de las Granjas 682, Santa Catarina del Azcapotzalco, 02250 México D.F., México*
[c] *Centro de Investigación en Matemáticas, Jalisco s/n, Mineral de Valenciana, Guanajuato, México*

INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO

Historia del artículo:
Recibido el 28 de febrero de 2012
Aceptado el 9 de marzo de 2012
On-line el 31 de julio de 2013

Palabras clave:
Método de elementos frontera
Funciones de Green
Interfases fluido-sólido
Análisis en frecuencia

R E S U M E N

Este trabajo trata sobre la propagación de ondas en interfases fluido-sólidas debidas a excitaciones dinámicas, que son conocidas como ondas de Scholte. Se ha estudiado una amplia gama de materiales sólidos elásticos empleados en la ingeniería. La interfase une un medio acústico (fluido) y otro sólido. Se ha demostrado que por medio de un análisis de ondas difractadas en un fluido es posible deducir las características mecánicas del medio sólido, específicamente sus velocidades de propagación. Para este propósito, el campo difractado de onda de presión y desplazamientos, debido a una onda inicial de presión en el fluido, se expresa mediante las representaciones integrales de frontera, las cuales satisfacen la ecuación de movimiento. La presión inicial en el fluido es representada mediante una función de Hankel de segunda especie y orden cero. La solución a este problema de propagación de ondas se obtiene por medio del método indirecto de elementos frontera, que es equivalente al bien conocido teorema de representación de Somigliana. La validación de los resultados se realiza por medio del método del número de onda discreto. En primer lugar, se muestran espectros de presiones que ilustran el comportamiento del fluido para cada material sólido considerado, y después se aplica la transformada rápida de Fourier para mostrar los resultados en el dominio del tiempo, donde se ejemplifica la aparición de las ondas de Scholte y la cantidad de energía que transportan.

Numerical modeling to study fluid-solid interfaces under dynamic excitations

Keywords:
Boundary element method
Green's functions
Fluid-solid interfaces
Frequency analysis

A B S T R A C T

This work shows the wave propagation in fluid-solid interfaces due to dynamic excitations, such interface waves are known as Scholte's waves. We studied a wide range of elastic solid materials used in engineering. The interface connects an acoustic medium (fluid) and another solid. It has been shown that by means of an analysis of diffracted waves in a fluid, it is possible to deduce the mechanical characteristics of the solid medium, specifically, its propagation velocities. For this purpose, the diffracted field of pressures and displacements, due to an initial pressure in the fluid, are expressed using boundary integral representations, which satisfy the equation of motion. The initial pressure in the fluid is represented by a Hankel's function of second kind and zero order. The solution to this problem of wave propagation is obtained by means of the Indirect Boundary Element Method, which is equivalent to the well-known Somigliana's representation theorem. The validation of the results was performed by means of the Discrete Wave Number Method. Firstly, spectra of pressures to illustrate the behavior of the fluid for each solid material considered are included, then, the Fast Fourier Transform algorithm to display the results in the time domain is applied, where the emergence of Scholte's waves and the amount of energy that they carry are highlighted.

* Autor para correspondencia.
Correos electrónicos: efloresm@ipn.mx (E. Flores-Méndez), mcarbajalr@ipn.mx (M. Carbajal-Romero), norberto@cimat.mx (N. Flores-Guzmán).

0213-1315/$ – see front matter
http://dx.doi.org/10.1016/j.rimni.2013.06.003

1. Introducción

El estudio de las ondas de interfase que se propagan en las vecindades de un medio fluido que interactúa con un medio sólido elástico tiene sus orígenes en los trabajos pioneros de Scholte en 1942 y 1947 [1,2] y, por lo tanto, esta clase de ondas se conoce como ondas de Scholte. Pertenecen a uno de las 3 tipos básicos de ondas de interfase presentadas en medios isotrópicos. Comparte la clasificación con las ondas de Rayleigh y Stoneley, para las interfases entre medios vacío-sólido y sólido-sólido, respectivamente [3,4].

En las ondas de interfase, la mayor parte de la energía se localiza en la interfase y disminuye exponencialmente en función de la profundidad. Sin embargo, decae más lentamente en función de la distancia que las ondas de compresión y de cortante [5]. Esta concentración de energía tiene enormes implicaciones en algunas áreas de la física y de la ingeniería. Por ejemplo, las ondas de Rayleigh se estudian extensivamente en la ingeniería sísmica y en la sismología debido a sus resultados catastróficos durante fuertes movimientos telúricos.

Se han divulgado algunas otras aplicaciones para casos particulares [6–9], que se centran principalmente en el fenómeno de ondas de interfase en fondos oceánicos, y en las que destacan características específicas sobre la propagación de ondas en interfases, tales como atenuación, porosidad, etc. [10–15].

En el campo de los métodos numéricos hay varias formulaciones diseñadas para modelar configuraciones complejas de interfases para estudiar este fenómeno. Algunos de estos métodos incluyen: elementos finitos [16], diferencias finitas [17,18], elementos frontera [19,20], espectrales y pseudoespectrales [21–23], entre otros.

En este artículo planteamos el uso del método indirecto de elementos frontera (MIEF) para estudiar las interfases fluido-sólidas, para una amplia gama de materiales sólidos usados frecuentemente en ingeniería. Esta técnica numérica se fundamenta en una representación integral de los campos difractados de onda de esfuerzos, presiones y desplazamientos, que se puede considerar como una implementación numérica del principio de Huygens, equivalente, matemáticamente hablando, al teorema de representación de Somigliana.

Los resultados se expresan tanto en los dominios del tiempo como de la frecuencia. Los materiales considerados en el análisis se caracterizan por sus velocidades de onda y sus densidades. A continuación se resumen las principales ecuaciones empleadas para desarrollar el MIEF y el método del número de onda discreto (MNOD), empleando este último con fines de validación. Los resultados de ambas formulaciones concuerdan satisfactoriamente.

2. Breve descripción del método indirecto de elementos frontera

2.1. Campo incidente de presiones y desplazamientos

Si asumimos que la ecuación que gobierna la propagación de onda en el fluido está dada por la bien conocida ecuación del movimiento, tenemos:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}(\mathbf{x})}{\partial x_j} = \rho_F \frac{\partial^2 u_i(\mathbf{x})}{\partial t^2}, \quad i, j = 1, 3, \tag{1}$$

donde ρ_F = densidad del fluido. Si consideramos que los esfuerzos en el fluido están relacionados con la presión generada por un pulso incidente, entonces esta última ecuación se puede expresar como:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}) = -p^{0^F}(\mathbf{x})\delta_{ij}, \quad i, j = 1, 3. \tag{2}$$

Por lo tanto, el campo de desplazamientos en el fluido se puede representar por la bien conocida forma:

$$u_n^{0^F}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\rho_F \omega^2} \frac{\partial p^{0^F}(\mathbf{x})}{\partial n} \tag{3}$$

El pulso incidente en el fluido, según se muestra en la figura 1a (inserto), se puede expresar como:

$$p^{0^F}(\mathbf{x}) = C(\omega) H_0^{(2)}(\omega r / c^F), \tag{4}$$

donde $p^{0^F}(\mathbf{x})$ = pulso incidente en el fluido, $\mathbf{x} = \{x_1, x_3\}$, $C(\omega)$ = factor de escalamiento para el pulso incidente, $H_0^{(2)}(\bullet)$ = función de Hankel de segunda especie y orden cero, ω = frecuencia circular, c^F = velocidad de la onda compresional en el fluido y $r = r(\mathbf{x})$ es la distancia del receptor a la fuente.

2.2. Representación integral para los campos de onda difractados

Para representar los campos de onda difractados en el fluido (para presiones y desplazamientos) debidos al pulso incidente que impacta el medio sólido (pared sólida y elástica), sugerimos las representaciones integrales siguientes:

$$p^{d^F}(\mathbf{x}) = \int_{\partial F} G^F(\mathbf{x}, \xi) \Psi(\xi) dS_\xi, \text{ y} \tag{5}$$

$$u_n^{d^F}(\mathbf{x}) = c_1 \Psi(\mathbf{x}) + \frac{1}{\rho_F \omega^2} \int_{\partial F} \frac{\partial G^F(\mathbf{x}, \xi) \Psi(\xi) dS_\xi}{\partial n}, \tag{6}$$

donde

$$G^F(\mathbf{x}, \xi) = \frac{\rho \omega^2}{4i} H_0^{(2)}\left(\omega r / c^F\right), \tag{7}$$

$\Psi(\bullet)$ = densidad de la fuerza para el fluido, $G^F(\bullet)$ = función de Green para el fluido, y c_1 define la orientación de la región y pueden asumir valores de −0,5 o 0,5 (véase la explicación para c_2, que se detalla más abajo). La ecuación (6) se deriva de la ecuación (5) debido a que el campo de desplazamientos difractados se obtiene de la derivada del campo de presiones multiplicados por el factor $1/(\rho_f \omega^2)$. Esta relación también se observa entre las ecuaciones (3) y (4), las cuales satisfacen claramente la ecuación de movimiento.

Los campos completos de presión y desplazamientos en el fluido, es decir, campo incidente y difractado, se pueden expresar, respectivamente, por:

$$p^F(\mathbf{x}) = p^{0^F}(\mathbf{x}) + p^{d^F}(\mathbf{x}), \tag{8}$$

$$u_n^F(\mathbf{x}) = u_n^{0^F}(\mathbf{x}) + u_n^{d^F}(\mathbf{x}). \tag{9}$$

Puesto que la fuente se aplica solamente al fluido, se espera que en el sólido solo aparezcan ondas difractadas que pueden ser establecidas como sigue.

Considere un dominio V, limitado por la superficie S. Si este dominio está ocupado por un material elástico, el campo de desplazamientos bajo excitación armónica se puede escribir, despreciando las fuerzas de cuerpo, por medio de la ecuación integral de frontera de capa simple:

$$u_i^d(\mathbf{x}) = \int_{\partial S} G_{ij}\left(\mathbf{x}, \xi\right) \phi_j(\xi) dS_\xi, \tag{10}$$

donde $u_i^d(\mathbf{x})$ = el *i-ésimo* componente de desplazamiento en el punto $\mathbf{x}$, $G_{ij}\left(\mathbf{x}; \boldsymbol{\xi}\right)$ = función de Green, que es el desplazamiento producido en la dirección i en $\mathbf{x}$ debida a la aplicación de una fuerza unitaria en la dirección j en el punto $\boldsymbol{\xi}$, $\phi_j(\boldsymbol{\xi})$ es la densidad de fuerza en la dirección j en el punto $\boldsymbol{\xi}$. Esta representación integral se puede obtener de la identidad de Somigliana [24].