Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing. 2012;**28(1)**:33–48

Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería

www.elsevier.es/rimni

Una formulación de mínimo peso con restricciones en tensión en optimización topológica de estructuras

J. París*, S. Martínez, X. Nogueira, I. Colominas, F. Navarrina y M. Casteleiro

Grupo de Métodos Numéricos en Ingeniería, GMNI, Departamento de Métodos Matemáticos y de Representación, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidade da Coruña, Campus de Elviña, 15071 A Coruña, España

INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO

Historia del artículo:
Recibido el 28 de diciembre de 2010
Aceptado el 3 de mayo de 2011
On-line el 8 de febrero de 2012

Palabras clave:
Optimización topológica estructural
Mínimo peso
Restricciones en tensión
Restricciones por bloques

RESUMEN

El diseño óptimo de estructuras ha estado tradicionalmente orientado a la resolución de problemas de optimización de formas y dimensiones. Sin embargo, más recientemente ha surgido otra rama de investigación que propone modelos que proporcionan soluciones estructurales óptimas y que no requieren la definición previa de la tipología estructural: la optimización topológica de estructuras. Estas formulaciones proporcionan tanto la tipología estructural como la forma y dimensiones óptimas. Las formulaciones más habituales de estos planteamientos pretenden obtener una solución que maximice la rigidez de la estructura dadas unas limitaciones en la cantidad de material a utilizar. Estas formulaciones han sido ampliamente analizadas y utilizadas en la práctica pero presentan inconvenientes muy importantes tanto desde un punto de vista numérico como práctico. En este artículo se propone una formulación diferente a la de máxima rigidez para el problema de optimización topológica de estructuras que minimiza el peso e incorpora restricciones en tensión. Las ventajas de este tipo de planteamientos son muy importantes dado que se minimiza el coste de la solución, que es la situación más habitual en ingeniería, y además se garantiza la validez estructural de la misma. Además esta formulación permite evitar algunos de los problemas e inestabilidades numéricas que presentan las formulaciones de máxima rigidez. Finalmente, se resuelven algunos ejemplos prácticos para comprobar la validez de los resultados y las ventajas que ofrece la formulación propuesta.

A minimum weight formulation with stress constraints in topology optimization of structures

Keywords:
Structural topology optimization
Minimum weight
Stress constraints
Block aggregated constraints

ABSTRACT

Optimum design of structures has been traditionally focused on the analysis of shape and dimensions optimization problems. However, more recently a new discipline has emerged: the topology optimization of the structures. This discipline states innovative models that allow to obtain optimal solutions without a previous definition of the type of structure being considered. These formulations obtain the optimal topology and the optimal shape and size of the resulting elements. The most usual formulations of the topology optimization problem try to obtain the structure of maximum stiffness. These approaches maximize the stiffness for a given amount of material to be used. These formulations have been widely analyzed and applied in engineering but they present considerable drawbacks from a numerical and from a practical point of view. In this paper the author propose a different formulation, as an alternative to maximum stiffness approaches, that minimizes the weight and includes stress constraints. The advantages of this kind of formulations are crucial since the cost of the structure is minimized, which is the most frequent objective in engineering, and they guarantee the structural feasibility since stresses are constrained. In addition, this approach allows to avoid some of the drawbacks and numerical instabilities related to maximum stiffness approaches. Finally, some practical examples have been solved in order to verify the validity of the results obtained and the advantages of the proposed formulation.

* Autor para correspondencia.
Correo electrónico: jparis@udc.es (J. París).

0213-1315/$ – see front matter © 2010 CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.
doi:10.1016/j.rimni.2011.11.002

1. Introducción

El diseño óptimo de estructuras es una disciplina que nace como la prolongación natural de los métodos de análisis y cálculo estructural. Así, los planteamientos de diseño óptimo surgen de la necesidad de proponer técnicas objetivas que aborden la fase de concepción y definición de la solución estructural y que por tanto no se limiten a la realización de cálculos y comprobaciones de la capacidad resistente.

Los primeros modelos de diseño óptimo de estructuras aparecen a partir de los años 40 del siglo xx motivados por el gran desarrollo de la industria aeronáutica si bien ya Michell en 1904 [1] propuso técnicas analíticas para obtener las soluciones estructurales óptimas para algunos problemas específicos. Sin embargo, esta disciplina se estudió de forma más rigurosa en los años 60 con los trabajos de Schmit [2], que sienta las bases de su análisis. A partir de estos primeros trabajos se han propuesto numerosos modelos para el diseño óptimo de estructuras hasta la actualidad. Así, aparecieron los modelos de optimización de dimensiones y, posteriormente, los modelos de optimización de formas, ampliamente desarrollados y estudiados en la actualidad.

Más recientemente, se establece una nueva rama de estudio en esta disciplina: la optimización topológica de estructuras, a partir de los trabajos realizados por Bendsøe y Kikuchi en 1988 [3]. En esta disciplina se pretende obtener la distribución de material más adecuada que hay que disponer sobre un dominio predefinido para soportar las cargas que se imponen. Así, estos modelos pretenden obtener la solución estructural más adecuada sin necesidad de definir e imponer ni la tipología estructural ni la configuración de los elementos resistentes (geometría, dimensiones, sección,. . .). Se pretenden generalizar, por tanto, los planteamientos teóricos propuestos por Michell [1] en 1904 y desarrollar modelos numéricos que permitan obtener soluciones óptimas a un mayor número de problemas en la práctica.

La optimización topológica de estructuras pretende obtener la distribución de una cierta cantidad de material sobre un dominio predefinido que proporciona la estructura resistente más adecuada. De acuerdo con los planteamientos originales del problema de optimización topológica propuestos por Bendsøe [3–7], el objetivo principal de estos modelos consiste en obtener distribuciones de material adecuadas indicando las partes del dominio en las que debe o no debe existir material. En consecuencia, el planteamiento original del problema da lugar a modelos de diseño óptimo con variables de diseño binarias (material o vacío). En la práctica, los modelos más habituales que se proponen para abordar este problema plantean formulaciones en las que se asume que las variables de diseño son continuas para evitar el tratamiento de problemas de optimización con variables discretas. Asimismo, se asume que el estado material en cada elemento es uniforme en todos sus puntos. Además, con estas condiciones se evita que el problema esté mal puesto desde un punto de vista teórico, tal y como ocurre si se analiza el estado material en cada punto del dominio. Por lo tanto, en la práctica se establece una variable de diseño por cada elemento: la densidad relativa, que define el estado material del mismo. La densidad relativa de cada elemento puede tomar valores entre 0, que indica elemento vacío, y 1, que indica elemento con material sólido.

Los modelos que utilizan variables de diseño continuas presentan dos inconvenientes fundamentales que es necesario tener en cuenta. El primero de ellos consiste en la necesidad de establecer un modelo de análisis que permita obtener el comportamiento estructural para valores intermedios de las densidades relativas de los elementos. Esta exigencia se ha resuelto en la práctica mediante la definición de modelos de microestructura resistente y la correspondiente homogeneización de las propiedades [4,5,7–13] para su empleo en modelos de cálculo de elementos finitos. El segundo inconveniente consiste en la necesidad de proporcionar distribuciones óptimas de material esencialmente binarias a partir de un modelo con variables de diseño continuas. Este punto se ha tratado habitualmente mediante el uso de funciones de penalización de las densidades relativas intermedias, o bien a través del modelo de microestructura propuesto o bien mediante funciones objetivo convenientemente definidas para esta finalidad.

Las primeras formulaciones del problema de optimización topológica de estructuras plantean la obtención de la distribución de una cierta cantidad de material que maximiza la rigidez de la estructura resultante para el conjunto de cargas aplicadas. Estas primeras formulaciones del problema no corresponden con el tipo de planteamientos que tradicionalmente se analizan en diseño óptimo de estructuras ya que, desde un punto de vista ingenieril y económico, se pretende minimizar el coste o el peso de la estructura garantizando la capacidad estructural para soportar las cargas aplicadas. Además, las formulaciones de máxima rigidez presentan inestabilidades numéricas muy importantes como por ejemplo la disposición de material en damero o checkerboard [5,14]. Por otra parte, estas formulaciones de máxima rigidez ofrecen ventajas computacionales muy importantes que facilitan su uso en la práctica.

Sin embargo, más recientemente se han propuesto formulaciones alternativas a esta de máxima rigidez que abordan los planteamientos más habituales en ingeniería (mínimo peso con restricciones en rigidez y mínimo peso con restricciones en tensión y/o en desplazamientos entre otros) [15–30]. En este artículo se propone y analiza una formulación que pretende obtener la solución estructural de mínimo peso teniendo en cuenta restricciones en tensión. Esta formulación presenta numerosas ventajas frente a las formulaciones de máxima rigidez dado que se evitan los inconvenientes más relevantes de estas formulaciones. Así, se evitan disposiciones de material en damero al imponer las restricciones en tensión y se aborda el problema tradicionalmente analizado en diseño óptimo de estructuras. Además, el uso de restricciones en tensión/desplazamientos garantiza la validez estructural de la solución óptima para las cargas y acciones externas que se aplican.

El modelo de diseño que se propone en este trabajo utiliza como variables de diseño: las densidades relativas de cada elemento de la malla de elementos finitos con la que se resuelve el cálculo estructural. La función objetivo utilizada está basada en el peso de la estructura e incorpora una penalización sobre los valores intermedios de las densidades relativas para favorecer la obtención de soluciones óptimas con distribuciones de material esencialmente binarias. Las restricciones que se imponen son condiciones en tensión que comparan y limitan el valor de una cierta tensión de referencia, en la práctica la tensión de Von Mises, a la máxima tensión admisible de fallo del material. Para imponer estas restricciones en tensión se plantean tres formulaciones diferentes que presentan ventajas tanto desde un punto de vista computacional como desde un punto de vista teórico y numérico.

El artículo está estructurado en 8 apartados. En este primer apartado de introducción se presenta el problema de optimización topológica, que se desarrolla de forma más específica en los siguientes apartados. Así, en el apartado 2 se presenta el modelo de diseño óptimo haciendo especial hincapié en el planteamiento de la función objetivo y de las restricciones del problema. El apartado 3 está destinado a abordar y analizar el modelo de cálculo de estructuras utilizado para obtener el comportamiento estructural de los diseños propuestos. Una vez planteado el problema de diseño óptimo y el modelo de cálculo, en el apartado 4 se presenta el algoritmo de optimización utilizado para obtener la solución óptima. Los algoritmos de optimización propuestos requieren el cálculo de derivadas de primer y segundo orden de la función objetivo y las restricciones. Los algoritmos desarrollados para calcular estas derivadas se analizan en el apartado 5. El apartado 6 se dedica a establecer las técnicas de cálculo en paralelo que