C. R. Physique 15 (2014) 285–296

Contents lists available at ScienceDirect

Comptes Rendus Physique

www.sciencedirect.com

Une transition liquide–gaz pour des bosons en interaction attractive à une dimension

A liquid–gas transition for bosons with attractive interaction in one dimension

Christopher Herzog [a], Maxim Olshanii [b], Yvan Castin [c,*]

[a] *YITP, Stony Brook University, Stony Brook, NY 11784, USA*
[b] *Department of Physics, University of Massachusetts at Boston, Boston, MA 02125, USA*
[c] *Laboratoire Kastler Brossel, École normale supérieure, CNRS et UPMC, 4, place Jussieu, 75005 Paris, France*

INFO ARTICLE

Historique de l'article :
Disponible sur Internet le 21 janvier 2014

Mots-clés :
Gaz de bosons unidimensionnel
Soliton brillant
Liquide quantique
Atomes froids

Keywords:
One-dimensional Bose gas
Bright soliton
Quantum liquid
Ultracold atoms

RÉSUMÉ

Nous considérons, en dimension un, une assemblée de N particules quantiques bosoniques interagissant par un potentiel de Dirac attractif, à l'équilibre thermique dans une boîte de quantification de longueur L avec des conditions aux limites périodiques. Pour de grandes valeurs de N, et lorsque L est bien supérieur au diamètre de l'état dimère dans l'espace réel, nous prédisons, par étude numérique et analytique d'un modèle simple mais déduit des premiers principes, que le système présente, à haute température, c'est-à-dire dans le régime non dégénéré, une transition du premier ordre entre deux phases. La phase privilégiée à haute température est un gaz presque pur d'atomes, avec une faible fraction de dimères, et des fractions encore plus faibles de trimères, etc. La phase qui la supplante à moins haute température est un état lié mésoscopique ou macroscopique que nous qualifions de liquide, équivalent quantique du soliton brillant de la théorie de champ classique, et qui renferme toutes les particules du système, à l'exception d'une petite fraction gazeuse composée essentiellement d'atomes.

ABSTRACT

We consider a one-dimensional system of N bosons interacting via an attractive Dirac delta function potential. We place the bosonic quantum particles at thermal equilibrium in a box of length L with periodic boundary conditions. At large N and for L much larger than the diameter of a two-particle bound state, we predict by numerical and analytical studies of a simple model derived from first principles that the system exhibits a first-order phase transition in a high temperature, non-degenerate regime. The higher-temperature phase is an almost pure atomic gas, with a small fraction of dimers, a smaller fraction of trimers, etc. The lower-temperature phase is a mesoscopic or macroscopic bound state that collects all the particles of the system, with the exception of a small gaseous fraction composed mainly of atoms. We term this phase, which is the quantum equivalent of the classical bright soliton, a liquid.

* Auteur correspondant.

1631-0705/$ – see front matter
http://dx.doi.org/10.1016/j.crhy.2013.12.004

1. Introduction et motivations

Depuis une vingtaine d'années, les expériences sur les atomes froids font preuve de leur extrême flexibilité dans le contrôle des paramètres et de la géométrie. En figeant par piégeage laser le mouvement des atomes dans leur état vibrationnel fondamental selon une ou deux directions de l'espace, on prépare des systèmes de dimensionalité effective réduite, ce qui a conduit, par exemple, à l'observation dans un gaz atomique bidimensionnel de la transition de Berezinskii–Kosterlitz–Thouless [1]. De plus, par simple application d'un champ magnétique au voisinage d'une résonance de Feshbach, on peut ajuster la longueur de diffusion dans l'onde s, donc l'amplitude des interactions atomiques [2]. L'application adiabatique de ces deux outils (confinement transverse puis passage de la longueur de diffusion d'une valeur positive à une valeur négative) à un condensat de Bose–Einstein tridimensionnel presque pur a permis les premières observations de N-mères dans un gaz atomique unidimensionnel en interaction attractive [3,4], c'est-à-dire d'états liés à N corps dont l'existence est prédite par la théorie purement quantique pour tout $N > 1$ [5], et qui correspondent à grand N aux solitons brillants de l'équation de champ classique (Gross–Pitaevskii ou Schrödinger non linéaire).

Dans ce travail, nous identifions un autre mécanisme de formation de ces N-mères, purement à l'équilibre thermique[1] et dans un régime physique totalement différent. Nous montrons en effet qu'un gaz de bosons spatialement homogène, certes unidimensionnel et en interaction attractive, mais dans un régime non dégénéré, peut être thermodynamiquement moins favorable, c'est-à-dire d'énergie libre plus élevée, qu'une phase N-mérique presque pure. En d'autres termes, la phase gazeuse non dégénérée peut présenter une transition du premier ordre vers une phase presque entièrement liée, que nous qualifierons de « liquide » dans une limite thermodynamique à préciser.

Il se trouve que la notion de transition de phase liquide–gaz dans un système d'atomes bosoniques froids est d'une criante actualité en dimension trois, dans la limite dite unitaire d'une interaction de portée négligeable et de longueur de diffusion infinie. Après la découverte numérique d'états liés fort probablement liquides [6], de $N = 3$ (les trimères d'Efimov [7]) jusqu'aux plus grandes valeurs de N accessibles (quelques dizaines), une telle transition a été très récemment mise en évidence par simulation de Monte-Carlo quantique sur une centaine de particules [8]. Cependant, la réalisation expérimentale en est rendue difficile par les fortes pertes à trois corps induites par l'effet Efimov [9,10], et pourrait nécessiter une expérience dédiée.

Dans ce contexte, notre étude en dimension un semble présenter un double intérêt théorique et pratique. D'une part, l'intégrabilité de la théorie permet, sous des conditions que nous précisons en section 2, de construire de façon contrôlée un modèle, simple ensuite à étudier numériquement et à interpréter analytiquement, comme nous le ferons dans la section 3, y compris dans des limites thermodynamiques bien choisies (voir la section 4). D'autre part, l'insignifiance des pertes à trois corps, loin ici de la limite unitaire, permet d'envisager une réalisation expérimentale à court terme avec des atomes froids, ce sur quoi nous reviendrons dans la conclusion.

2. Construction du modèle

Nous considérons N particules bosoniques quantiques sans spin de masse m, vivant en dimension un sur l'axe Ox en l'absence de potentiel extérieur, et en interaction binaire par le potentiel de Dirac attractif $V(x_i - x_j) = g\delta(x_i - x_j)$, avec $g < 0$ donc. Une propriété fondamentale de ce modèle hamiltonien est son intégrabilité, puisqu'on peut en déterminer les fonctions d'onde propres par ansatz de Bethe [11], au prix de l'ajout, par rapport au cas habituel répulsif [12], de quasi-vecteurs d'onde complexes [13,14], ce que rend nécessaire l'existence d'états propres d'énergie négative, comme les auteurs de la référence [12] l'avaient déjà compris dans le cas général et explicitement mis en œuvre (dans un appendice) dans le cas $N = 2$.

Dans l'espace libre – La solution par ansatz de Bethe reste simple sur la droite réelle, c'est-à-dire dans un pur problème de diffusion des N bosons, car on connaît alors explicitement la valeur des quasi-vecteurs d'onde dans l'ansatz de Bethe [13]. Sous la condition que la fonction d'onde à N corps ne diverge pas à l'infini, on trouve que chaque état propre est composé d'une collection arbitraire de n-mères, indiscernables lorsqu'ils sont de même taille, le cas $n = 1$ correspondant simplement à une particule bosonique non liée, c'est-à-dire un atome. Chaque n-mère est caractérisé par une impulsion totale bien définie $\hbar K$, et diffuse élastiquement sur les autres n-mères, puisque toute réaction chimique d'association ou de dissociation, ou même simplement toute rétrodiffusion de deux n-mères de tailles différentes, est interdite par l'intégrabilité. Pour tout $n \geqslant 2$, il existe un et un seul état lié possible, d'énergie interne [5,13] :

$$E_0(n) = -\frac{mg^2}{24\hbar^2} n\left(n^2 - 1\right) \tag{1}$$

Dans un état de diffusion donné, il peut y avoir bien entendu plusieurs n-mères de même taille, le nombre total de fragments possible varie donc de un (toutes les particules sont liées dans le N-mère fondamental, comme dans un liquide) à N (toutes les particules sont sous forme atomique, gazeuse). En termes de la taille n_i du i-ème fragment et du vecteur d'onde

[1] On peut résoudre l'apparente contradiction entre l'hypothèse d'équilibre thermique et l'intégrabilité du système en thermalisant ce dernier par contact avec un gaz tampon d'une autre espèce chimique.