

## Simulación del fenómeno de creep en suelos arcillosos mediante reología y ecuaciones diferenciales fraccionarias

### *Simulation of Creep Phenomenon in Clay Soils Using Rheology and Fractional Differential Equations*

Hermosillo-Arteaga Armando Rafael

*Sección Geotecnia  
Instituto de Ingeniería, UNAM  
Correo: AHermosilloA@iingen.unam.mx*

Romo-Organista Miguel Pedro

*Sección Geotecnia  
Instituto de Ingeniería, UNAM  
Correo: mromo@pumas.iingen.unam.mx*

Magaña- del Toro Roberto

*Sección geotecnia  
Instituto de Ingeniería, UNAM  
Correo: rmat@pumas.iingen.unam.mx*

Carrera-Bolaños Jorge

*Ingeniería Mecánica  
Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM  
Correo: jorgec00@yahoo.com*

Información del artículo: recibido: febrero de 2013, aceptado: agosto de 2013

#### Resumen

En este trabajo se presentan conceptos básicos acerca del cálculo fraccional y la reología fraccional utilizados en el estudio del comportamiento viscoelástico de materiales y la aplicación de dicha metodología en el modelado del fenómeno de creep. También se presenta la solución de una ecuación diferencial fraccional que modela dicho fenómeno. Las curvas que se obtuvieron experimentalmente se reproducen adecuadamente utilizando la solución de la ecuación diferencial fraccional que modela el fenómeno de creep. Por último, se presentan comentarios y conclusiones acerca del beneficio de emplear ecuaciones diferenciales fraccionarias en la simulación de fenómenos y problemas que se presentan en ingeniería.

#### Abstract

*In this paper, basic concepts about fractional calculus and fractional rheology used in the study of viscoelastic behavior of materials and the application of this methodology in modeling the creep phenomenon are presented; also the solution of a differential equation fractional modeling this phenomenon is commented. The curves obtained experimentally were adequately reproduced using the solution of fractional differential equation that models the phenomenon of creep. Finally, conclusions and comments about the benefit to use fractional differential equations in the simulation of phenomena and problems that arise in engineering are presented. Keywords: fractional calculus, fractional derivative, fractional rheology, creep, viscoelasticity, clayey soils.*

#### Descriptor:

- cálculo fraccional
- derivada fraccional
- reología fraccional
- creep
- viscoelasticidad
- suelos arcillosos

#### Keywords:

- fractional calculus
- fractional derivative
- fractional rheology
- creep
- viscoelasticity
- clayey soils

## Introducción

En las últimas décadas, las ecuaciones constitutivas para materiales viscoelásticos que involucran derivadas fraccionarias han cobrado un creciente interés. La motivación para el uso de arreglos constitutivos fraccionarios es en gran parte el hecho de que se requieren menos parámetros para representar el comportamiento viscoelástico de materiales que los requeridos, cuando se usan los arreglos tradicionales de orden entero. Los arreglos fraccionarios permiten variar de una manera más amplia los parámetros reológicos y manipularlos usando las transformadas de Fourier y Laplace.

Hasta el momento, la actividad experimental (a nivel internacional) para determinar el comportamiento reológico clásico de los suelos es amplia. También se está trabajando en la determinación experimental de propiedades reológicas fraccionarias en materiales vinculados con la industria del alimento, agricultura (Neaman y Singer, 2004), textiles, e incluso en propiedades de tejidos biológicos (Jäger y Lackner, 2008) que se emplean en bioingeniería, por ejemplo de arterias y huesos humanos (Robert *et al.*, 2006).

A continuación se hace una breve introducción al concepto de reología fraccionaria y se presentan los conceptos básicos de cálculo fraccionario.

### Reología clásica

En el área de interés se han llevado a cabo estudios de características de resistencia de mezclas de suelos y asfaltos, bajo ciertas condiciones de esfuerzos (Abdelhady y Herrin, 1965). Aplicando esfuerzos constantes se observa la evolución de las deformaciones en el tiempo, por ejemplo pruebas de creep. En Sheldon (2008) se presentan estudios de materiales viscoelásticos que poseen mezclas de propiedades viscosas y elásticas. Como es usual, esto se caracteriza mediante conjuntos de resortes y amortiguadores.

En lo referente a actividades experimentales, se tiene una amplia gama de investigaciones, como el estudio de propiedades reológicas de suelos húmedos bajo esfuerzos constantes y oscilatorios (Teamrat y Dani, 2001). Se ha estudiado el efecto de cambios en la estructura del suelo por la actividad y procesos agrícolas. También se han investigado las propiedades reológicas de suelos, al ensayar especímenes en pruebas de torsión con régimen cinemático, (Meschyan y Taslagyan, 2005). Aigner *et al.* (2009) realizaron estudios multi-escala para predicción del comportamiento de mezclas de concreto y asfalto. Se incluyen estudios del efecto de temperatura en las propiedades viscoelásticas. En Aria-

ratnam *et al.* (2003) se presenta una evaluación de propiedades reológicas de flujos de retorno en perforaciones horizontales direccionales, muy útil en fracturamiento hidráulico.

### Reología fraccionaria

En este tema se tienen trabajos sobre visco-elasticidad en arterias mediante experimentos de relajación (Craiem y Armentano, 2007). Para el ajuste de las curvas experimentales se emplean pruebas uniaxiales y modelos de ecuaciones diferenciales fraccionarias. También se han realizado estudios de visco-elasticidad en huesos, utilizando modelos reológicos fraccionarios (Liu y Xu, 2008). Asimismo, se tienen estudios con cálculo fraccionario donde se modelan ecuaciones constitutivas ligadas a teorías moleculares para describir el comportamiento macroscópico de medios visco-elásticos (Bagley, 1986).

En Schmidt y Gaul (2001) se presenta una implementación para análisis, utilizando el método del elemento finito de relaciones constitutivas que involucran ecuaciones diferenciales fraccionarias. Con este tipo de ecuaciones, el número de parámetros necesarios para ajustar curvas experimentales es menor que con ecuaciones diferenciales con derivadas de orden entero. También, se han hecho estudios de materiales con microestructura desordenada basados en geometría fractal y cálculo fraccionario (Carpinteri *et al.*, 2004). Se analiza también el efecto del tamaño de partículas en el comportamiento estructural de muestras de materiales heterogéneos y su relación con el número de parámetros necesarios para el ajuste a curvas experimentales; todo esto es muy útil en estudios de fracturamiento. En Koh y Kelly (1990) se presenta una aplicación de derivadas fraccionarias para análisis de modelos con aislamiento de base para analizar problemas de aislamiento de vibraciones.

### Antecedentes de cálculo fraccionario y ecuaciones diferenciales fraccionarias

El concepto de cálculo fraccionario no es nuevo existe hace más de tres siglos. Es una generalización de la diferenciación y la integración ordinarias (enteras) a órdenes no-entero (reales e incluso, complejos). El nacimiento del cálculo fraccionario se data en 1695. En ese año, L'Hôpital planteó en una carta a Leibniz (Arafet *et al.*, 2008) la cuestión de cómo debería entenderse la expresión, introducida por el propio Leibniz:

$$D^n f(t) = \frac{d^n f(t)}{dt^n}$$

Download English Version:

<https://daneshyari.com/en/article/274961>

Download Persian Version:

<https://daneshyari.com/article/274961>

[Daneshyari.com](https://daneshyari.com)