C. R. Mecanique ••• (••••) •••–•••

Contents lists available at ScienceDirect

Comptes Rendus Mecanique

www.sciencedirect.com

The legacy of Jean-Jacques Moreau in mechanics

Dynamics of a particle with friction and delay

Dynamique d'une particule avec frottement et retard

Manuel D.P. Monteiro Marques [a,*], Raoul Dzonou [b]

[a] *Faculdade de Ciências, D.Mat. et C.M.A.F.-C.I.O., Universidade de Lisboa, Portugal*
[b] *1 bis, rue de Craonne, 64000 Pau, France*

ARTICLE INFO

Article history:
Received 20 May 2017
Accepted 11 October 2017
Available online xxxx

Keywords:
Contact with friction and delay
Numerical methods
Sweeping process algorithm

Mots-clés :
Contact avec frottement et retard
Méthodes numériques
Sweeping process

ABSTRACT

We are interested in the motion of a simple mechanical system having a finite number of degrees of freedom subjected to a unilateral constraint with dry friction and delay effects (with maximal duration $\tau > 0$). At the contact point, we characterize the friction by a Coulomb law associated with a friction cone. Starting from a formulation of the problem that was given by Jean-Jacques Moreau in the form of a second-order differential inclusion in the sense of measures, we consider a sweeping process algorithm that converges towards a solution to the dynamical contact problem. The mathematical machinery as well as the general plan of the existence proof may seem much too heavy in order to treat just this simple case, but they have proved useful in more complex settings.

© 2017 Académie des sciences. Published by Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

RÉSUMÉ

Nous nous intéressons au mouvement d'un système mécanique ayant un nombre fini de degrés de liberté soumis à une contrainte unilatérale avec frottement sec et des forces qui peuvent dépendre de l'histoire du mouvement avec facteur de retard τ. Au contact, nous caractérisons le frottement par une loi de Coulomb associée à un cône de frottement, en suivant la formulation du problème proposée par Jean-Jacques Moreau sous la forme d'une inclusion différentielle du second ordre au sens des mesures (la réaction et l'accéleration pouvant être des mesures). Un algorithme de type « sweeping process » permet de montrer l'existence d'une suite qui converge vers une solution du problème de contact dynamique. L'outillage mathématique ainsi que la démarche de la preuve semblent trop lourds pour traiter ce problème plutôt simple, mais les deux peuvent être utiles dans des cadres plus complexes.

© 2017 Académie des sciences. Published by Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

* Corresponding author.
E-mail addresses: mdmarques@fc.ul.pt (M.D.P. Monteiro Marques), dzonou@yahoo.com (R. Dzonou).

https://doi.org/10.1016/j.crme.2017.12.008
1631-0721/© 2017 Académie des sciences. Published by Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

Version française abrégée

Introduction

Nous considérons un système mécanique avec un nombre fini de degrés de liberté soumis à une contrainte unilatérale avec frottement et à des forces pouvant manifester du retard. La configuration du système est associée à la position $q = (q_1, \ldots, q_d) \in E = \mathbb{R}^d$, où $q \in E$ désigne la représentation du système en coordonnées généralisées. Le mouvement du système est décrit par la fonction $q : I \to E$ avec $I = [0, T]$ $(T > 0)$, qui désigne un intervalle de temps. À chaque instant $t \in I$, on doit s'assurer que

$$q(t) \in L = \{ q \in E : g(q) \leq 0 \}$$

Nous faisons l'hypothèse que :

$$\nabla g(q) \neq 0 \quad \text{sur un voisinage de } \partial L = \{q \in E : \ g(q) = 0 \}$$

La loi du mouvement lorsque les impacts sont considérés est décrite par

$$\ddot{q} = R + f(., q, p), \quad p = M(q)\dot{q} = \dot{q}$$

où p désigne la quantité de mouvement, $M(q) = I_{E\times E}$ la matrice d'inertie, que l'on suppose ici triviale (l'identité). La fonction f désigne les forces extérieures au système en l'absence de contact. La fonction R désigne la réaction en présence d'impact ou contact avec la frontière du domaine L, c'est-à-dire

$$g(q) = 0$$

On suppose qu'il y a du frottement sec et on prend la formulation donnée par Jean-Jacques Moreau dans [1]. En conséquence, nous adoptons la loi de frottement de Coulomb décrite dans [2,3] par :

$$R \in C = C(q) = \{v \in E \ : v.n(q) \geq |v| \cos(\alpha(q))\} = \{v \in E \ : -v. \nabla \ g(q) \geq c(q)|v|\}$$

avec $c(q) = |\nabla \ g(q)| \cos(\alpha(q))$; $\alpha(q) \in]0, \frac{\pi}{2}[$ est une fonction réelle positive (l'angle de frottement) et $n(q) = -\frac{\nabla g(q)}{|\nabla g(q)|}$ la normale intérieure.

En outre, nous supposons qu'il existe un facteur de retard $\tau \in]0, T]$, en ce sens que les forces agissant sur le système, autres que la réaction de contact, pourront dépendre à l'instant t de l'historique du mouvement pendant l'intervalle $[t - \tau, t]$. En exprimant cet historique par des fonctions q_t (ou q_t^τ, s'il y a risque de confusion) définies par

$$q_t^\tau(s) = q(t + s), \ s \in [-\tau, 0]$$

on peut décrire ces forces sous la forme $f = f(t, q_t, p) = f(t, q_t, \dot{q}) : I \times X \times E$, où $X = C([-\tau, 0], E)$ est un espace de fonctions continues.

Des systèmes avec retard sont souvent présents dans les applications ; c'est le cas, par exemple, des problèmes de contrôle où celui-ci est appliqué en fonction d'un signal acquis avec du retard. Aussi, au point de vue théorique, on espère que ce genre de problèmes modèles, moyennant un choix judicieux des termes manifestant du retard, ou bien l'adaptation du procédé, puisse contribuer à la compréhension d'autres formulations plus sophistiquées (voire plus réalistes) du frottement.

L'étude des problèmes de contact dynamique a mis depuis longtemps en évidence les difficultés associées aux discontinuités qui se produisent aux instants de contact. Des travaux tels que [4,5], parmi beaucoup d'autres, ont contribué, soit à la genèse de plusieurs formulations de ce type de problème, soit à l'analyse de phénomènes tels que la non-unicité ou la non-régularité de la solution. Jean-Jacques Moreau a donné des formulations de ces problèmes de contact, inélastique, partiellement élastique ou avec frottement, sous la forme d'inclusions différentielles au sens des mesures, lesquelles donnent lieu à des algorithmes de type *sweeping process* en vue de l'obtention de solutions du problème de contact. Il a exploité ces algorithmes à grand profit, jusqu'à obtenir, par exemple, des avancées remarquables dans la compréhension des milieux granulaires.

L'étude mathématique de ces algorithmes, entamée dans [3], suivi de [6], a été developpée depuis, dans des directions de recherche que l'on peut dire génériquement influencées par Jean-Jacques Moreau. (On reviendra brièvement à ce sujet dans la version anglaise, la version française abrégée se terminant par la formulation du problème.) Il est absolument clair que les travaux de Jean-Jacques Moreau sont incontournables et fondateurs dans ce cadre, en fournissant de belles formulations, mécaniquement solides et mathématiquement inspiratrices.

Please cite this article in press as: M.D.P. Monteiro Marques, R. Dzonou, Dynamics of a particle with friction and delay, C. R. Mecanique (2017), https://doi.org/10.1016/j.crme.2017.12.008

Download English Version:

https://daneshyari.com/en/article/7216152

Download Persian Version:

https://daneshyari.com/article/7216152

Daneshyari.com