



# Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería

[www.elsevier.es/rimni](http://www.elsevier.es/rimni)



## Pandeo 3D de estructuras de barras de sección de tipo doble-T

M. Cacho-Pérez<sup>a,\*</sup> y A. Lorenzana Ibán<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Escuela de Ingenierías Industriales, Universidad de Valladolid, Valladolid, España

<sup>b</sup> Paseo del Cauce, 59, 47011 Valladolid, España

### INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO

#### Historia del artículo:

Recibido el 5 de octubre de 2014  
Aceptado el 3 de septiembre de 2015  
On-line el xxx

#### Palabras clave:

Pandeo 3D  
Bimomento  
Flexión biaxial

#### Keywords:

3D Buckling  
Bimoment  
Biaxially bending moments

### R E S U M E N

Este trabajo consiste en determinar la carga crítica de pandeo con deformaciones de flexión y torsión de una barra de acero de sección de tipo doble-T. Para su cálculo, se considera el modelo 3D de flexión de barras esbeltas (teoría de la flexión de Navier-Bernoulli) y el modelo de torsión no uniforme o por alabeo restringido (teoría de la torsión de Vlasov).

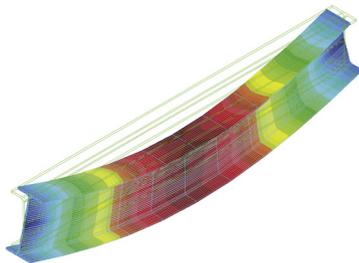
© 2015 The Authors. Publicado por Elsevier España, S.L.U. en nombre de CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Este es un artículo Open Access bajo la licencia CC BY-NC-ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

### Buckling of 3D beam structures with wide-flange section type

#### A B S T R A C T

This work is based on calculating the critical buckling load with bending and torsional deformations of a steel wide-flange section type. To solve the problem is considered the 3D bending model of slender beams (theory of Navier-Bernoulli beams) and the model of the torsion is non uniform or by warping restricted (Vlasov torsion theory).

© 2015 The Authors. Published by Elsevier España, S.L.U. on behalf of CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).



### 1. Introducción

El uso cada vez más frecuente de estructuras formadas por elementos muy esbeltos y livianos y el empleo de materiales

altamente resistentes permiten realizar grandes construcciones que resultaban impensables hasta hace poco. Por ello, el análisis de la inestabilidad de dichas estructuras ha cobrado gran importancia y ha desplazado incluso, en muchos casos, el clásico análisis resistente, centrado únicamente en la aparición de tensiones que superan el límite elástico del material.

Numerosos estudios y trabajos de investigación se han dedicado al análisis del pandeo de tipologías estructurales tales como barras, placas y láminas, desde el punto de vista experimental, analítico o computacional. Este último enfoque ha experimentado un gran avance en los últimos años, gracias a dos factores: el perfeccionamiento progresivo de los métodos numéricos de simulación, sobre todo el gran auge del método de los elementos finitos, y la mejora imparable de las prestaciones de las computadoras actuales.

Son innumerables los estudios y las investigaciones dedicados al análisis de fenómenos de inestabilidad estructural, pero fue Euler (1744) el primero en proporcionar, de forma analítica, resultados del estudio del pandeo de columnas, que

\* Autor para correspondencia.

Correos electrónicos: [cacho@eii.uva.es](mailto:cacho@eii.uva.es) (M. Cacho-Pérez), [ali@eii.uva.es](mailto:ali@eii.uva.es) (A. Lorenzana Ibán).

<http://dx.doi.org/10.1016/j.rimni.2015.09.005>

0213-1315/© 2015 The Authors. Publicado por Elsevier España, S.L.U. en nombre de CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Este es un artículo Open Access bajo la licencia CC BY-NC-ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

posteriormente serían completados por Lagrange (1788). Un siglo más tarde, apareció la teoría general de la bifurcación del equilibrio, desarrollada por Poincaré (1885), y Liapunov (1892) le dio un tratamiento más riguroso, desde el punto de vista matemático. Otra aportación importante al desarrollo de este problema fue la teoría no lineal de bifurcación de Koiter (1945), dedicada sobre todo al pandeo de placas y láminas.

La pérdida de estabilidad y la aparición de puntos de bifurcación son fenómenos habituales en el estudio de la mecánica del medio continuo. En el análisis estructural, existe una gran cantidad de bibliografía dedicada al estudio del pandeo de barras, placas y láminas, tanto desde el punto de vista analítico (Timoshenko y Gere, 1961; Chajes, 1974), como numérico (Bathe y Dvorkin, 1975; Seydel, 1979; Riks, 1972, y Bushnell, 1982, entre otros).

Por otro lado, la barra es una tipología estructural que ha tenido un desarrollo extenso. Su formulación ha sido objeto de revisión continuamente, intentando incorporar todos los efectos observados experimentalmente. En este trabajo, se presenta un modelo de barra tridimensional con formulación geoméricamente no lineal. El modelo de barra incorpora deformaciones a cortante y a torsión, así como el efecto del alabeo. Desde el punto de vista computacional, la inclusión del alabeo se resuelve con la adición de un séptimo grado de libertad a los seis habituales de la formulación clásica, que representa la amplitud del alabeo en cada sección de la barra. Dicho efecto es de gran importancia para ciertos tipos de secciones, como los perfiles de pared delgada y, sobre todo, las secciones abiertas y en que el alabeo aparece restringido, que dan lugar a torsión no uniforme.

Una de las aplicaciones prácticas de este modelo es la simulación numérica de fenómenos de inestabilidad, sobre todo en aquellos casos en que el alabeo es fundamental, como ocurre en los casos de pandeo lateral o pandeo por torsión.

Los puntos en que la matriz de rigidez de una estructura llega a ser singular se denominan *puntos críticos* y tienen una gran importancia desde el punto de vista de la estabilidad estructural. El significado físico de estos puntos en un análisis lineal es la aparición de desplazamientos indeterminados en un estado de carga constante. Lógicamente, en un análisis no lineal, ello no sucede, pero la consecuencia es la aparición de grandes desplazamientos y rotaciones y, en la mayoría de los casos, un gran aumento de las tensiones. En muchas ocasiones, pues, la estructura pierde su funcionalidad, bien sea por colapso plástico o por la aparición de desplazamientos no admisibles.

Los problemas asociados al fenómeno del pandeo en elementos estructurales de acero son, en ocasiones, la causa más importante de fallo mecánico [1,3,4,26,27]. Por otro lado, se considera que el método exacto que plantea el estudio detallado de los problemas de inestabilidad estructural de las barras de acero presenta una gran dificultad matemática [12,13,24,29]. Además, no siempre se conocen con precisión las restricciones existentes en los extremos del tramo más crítico de la barra, lo cual hace que los resultados obtenidos sean poco fiables [7,9].

Sin embargo, la formulación del método matricial de rigidez 3D para el caso de no linealidad geométrica en hipótesis de linealidad material facilita la estimación teórica de la carga crítica de pandeo de forma sistemática con la ayuda del ordenador [10,11,21,23]. Ello permite abordar problemas con casos de carga y condiciones de contorno en desplazamientos que no se incluyen en los casos descritos en la normativa vigente, y cuyo cálculo lógicamente es necesario abordar con rigor y con suficiente precisión desde el punto de vista práctico y de la seguridad estructural [2,5,8,14].

El trabajo se ha organizado de la manera siguiente: en primer lugar, tras esta introducción, se presenta la metodología utilizada. A continuación, se muestran varios ejemplos de aplicación y, en el

último apartado, se presentan las principales conclusiones obtenidas de este trabajo.

## 2. Metodología

Todo problema de inestabilidad requiere plantear el equilibrio en la configuración deformada de la estructura. Para el caso de interés, es necesario analizar la barra objeto de estudio como elemento estructural espacial o 3D. Por tanto, lo más sencillo es formular las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos de forma integral a partir del principio de los trabajos virtuales (PTV), que, en el caso de las barras, tiene la expresión siguiente [6,17,18,19]:

$$\int_V (\sigma \delta \varepsilon + \tau_{\xi\zeta} \delta \gamma_{\xi\zeta} + \tau_{\eta\zeta} \delta \gamma_{\eta\zeta}) dV = \int_S t_i \delta u_i ds \quad (1)$$

donde  $\sigma$  es la tensión normal;  $\tau_{\xi\zeta}$ ,  $\tau_{\eta\zeta}$  son tensiones tangenciales;  $\varepsilon$  es la deformación longitudinal;  $\gamma_{\xi\zeta}$ ,  $\gamma_{\eta\zeta}$  son las deformaciones transversales;  $t_i$  es el vector de fuerzas externas de superficie y  $u_i$  son las componentes de desplazamiento de los puntos materiales de aplicación de dicho sistema de cargas exteriores.

A partir de las magnitudes representadas en la figura 1 y tomando como base la teoría de la flexión de Navier-Bernoulli y la teoría de la torsión de Vlasov, se hace la siguiente definición de esfuerzos internos en la barra:

$$\begin{aligned} f_{\xi} &= \int_A \tau_{\xi\zeta} dA = \frac{dm_{\eta}}{d\zeta} = m'_{\eta} & m_{\xi} &= \int_A \sigma \eta dA \\ f_{\eta} &= \int_A \tau_{\eta\zeta} dA = \frac{dm_{\xi}}{d\zeta} = m'_{\xi} & m_{\eta} &= \int_A \sigma \xi dA \\ f_{\zeta} &= \int_A \sigma dA = P & m_{\zeta} &= T_{\omega} + T_{sv}; T_{\omega} = -m'_{\omega} \\ & & m_{\omega} &= \int_A \sigma \omega dA \end{aligned} \quad (2)$$

donde  $f_{\zeta}$  es el esfuerzo axil;  $f_{\xi}$ ,  $f_{\eta}$  son los esfuerzos cortantes;  $m_{\eta}$ ,  $m_{\xi}$  son los momentos flectores;  $m_{\zeta}$  es el momento torsor;  $m_{\omega}$  es el esfuerzo bimomento;  $A$  es el área de la sección transversal de la barra;  $\xi$ ,  $\eta$  son las coordenadas del punto material de la sección;  $T_{sv}$  el torsor según la teoría de la torsión uniforme o de Saint-Venant;  $T_{\omega}$  es el torsor restringido, y  $\omega$  es lo que se conoce como área sectorial principal en la teoría de la torsión no uniforme de Vlasov.

En cuanto a las sollicitaciones exteriores, en el modelo 1D/unidimensional se definen como cargas por unidad de longitud según cada uno de los ejes de referencia:  $q_{\xi}$ ,  $q_{\eta}$ ,  $q_{\zeta}$ , siendo estas las más habituales en este tipo de problemas.

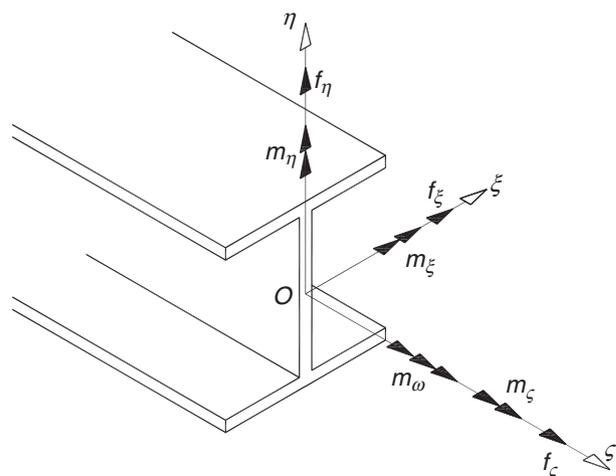


Figura 1. Esfuerzos en la sección.

Download English Version:

<https://daneshyari.com/en/article/8050734>

Download Persian Version:

<https://daneshyari.com/article/8050734>

[Daneshyari.com](https://daneshyari.com)