G Model
RIMNI-185; No. of Pages 6
ARTICLE IN PRESS
Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing. 2016;xxx(xx):xxx–xxx

Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería

www.elsevier.es/rimni

Estimación de las masas modales de una estructura en servicio mediante transformación en el espacio de estados

M. Cacho-Pérez*, N. Frechilla y A. Lorenzana

Escuela de Ingenierías Industriales, Universidad de Valladolid, Paseo del Cauce 59, 47011, Valladolid, Spain

INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO

Historia del artículo:
Recibido el 15 de julio de 2015
Aceptado el 19 de febrero de 2016
On-line el xxx

Palabras clave:
Pasarela peatonal
Sistema dinámico
Modos escalados

R E S U M E N

Este trabajo se centra en presentar una metodología práctica para estimar los parámetros modales de estructuras en uso y se aplica a la pasarela peatonal del Museo de Ciencia de la ciudad de Valladolid, España. El trabajo consiste no sólo en calcular frecuencias propias y factores de amortiguamiento asociados a cada uno de los modos estimados, como proporcionan muchos programas comerciales a partir de los registros de aceleraciones de ensayos OMA (*Operational Modal Analysis*) y/o EMA (*Experimental Modal Analysis*), sino también calcular las masas generalizadas correspondientes a cada uno de los modos estimados de la estructura. Para ello, en primer lugar se obtiene una representación del sistema dinámico en el espacio de estados mediante la técnica SSI (*Stochastic Subspace Identification*) y en segundo lugar, mediante la adecuada matriz de transformación se llega a la representación que permite identificar los parámetros físicos del sistema (matrices de masa, amortiguamiento y rigidez), lo que permite obtener masas modales y/o modos normalizados respecto de la matriz de masa, principal novedad de la metodología propuesta.

Estimation of modal masses for an in-service structure by transformation in the state space

Keywords:
Footbridge
Dynamic system
Scaled mode shapes

A B S T R A C T

This paper focuses on estimating the modal parameters of in-service infrastructures, applied to the pedestrian footbridge of the Science Museum of the city of Valladolid (Spain). The work consists not only on determining natural frequencies and damping factors associated to each of the estimated modes, as many commercial software provide from acceleration measurements through OMA (*Operational Modal Analysis*) and/or EMA (*Experimental modal Analysis*), but also to calculate the generalized masses corresponding to each of the estimated modes of the structure. For this purpose, firstly a dynamic representation of the system is obtained in the state space by SSI technique (*Stochastic Subspace Identification*) and secondly, by the appropriate transformation matrix, it leads to the representation that identifies the physical parameters of the system (matrices of mass, damping and stiffness), which allows to obtain modal masses and/or normalized mode shapes with respect to the mass matrix, which is the main contribution of the practical methodology presented in this paper.

* Autor para correspondencia.
Correos electrónicos: cacho@eii.uva.es (M. Cacho-Pérez), noeliafrechilla@yahoo.es (N. Frechilla), ali@eii.uva.es (A. Lorenzana).

http://dx.doi.org/10.1016/j.rimni.2016.02.002

Cómo citar este artículo: M. Cacho-Pérez, et al. Estimación de las masas modales de una estructura en servicio mediante transformación en el espacio de estados, Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing. 2016. http://dx.doi.org/10.1016/j.rimni.2016.02.002

1. Introducción

En la actualidad, el diseño y construcción de un gran número de obras de ingeniería industrial y civil, tales como chimeneas industriales, torres, edificios altos, puentes, pasarelas o viaductos, ya no está apenas limitada por los materiales -cada vez más resistentes- y los sistemas constructivos -cada vez con mayor componente tecnológico-, lo que ha provocado que sean cada vez más esbeltas, ambiciosas y complejas.

Este hecho, junto con las actuales demandas sociales relativas a la percepción y confort, en algunos casos recogidas en las normativas y guías, suscitan la necesidad de integrar el cálculo dinámico de manera más sistemática en el análisis y diseño asistido por ordenador de estructuras esbeltas que son las más susceptibles de sufrir movimientos o vibraciones significativas.

Un caso particularmente relevante es el de las pasarelas peatonales, ya que generalmente son propensas a ser excitadas por las personas que las ocupan, apareciendo movimientos apreciables que incluso pueden llegar a ser molestos o, en algunos casos inadecuados o peligrosos desde el punto de vista de la resistencia estructural [4].

Para facilitar la integración del análisis dinámico es imprescindible disponer del mayor número posible de metodologías de cálculo que permitan la identificación de los parámetros más relevantes que definen el comportamiento de la estructura [11,12].

Respecto a la metodología de cálculo dinámico, la técnica de análisis modal de estructuras es una de las más importantes, estando estructurada en tres fases principales: recolección de datos, identificación del sistema y por último estimación de los parámetros modales [8].

Es la segunda etapa, la de identificación del sistema, la que juega un papel crucial en el número y tipo de parámetros modales que se puedan estimar [10], basándose los métodos de identificación clásicos en aplicar una excitación al sistema y a continuación registrar y procesar la correspondiente respuesta (*Experimental Modal Analysis*/EMA) [5].

Las propiedades modales de una estructura obtenidas por simulación (problema de valores propios) pueden ser diferentes de los valores experimentales debido principalmente a la suposición asociada con el modelado analítico. Las propiedades dinámicas pueden medirse por los experimentos después de que haya concluido la construcción de la estructura. La masa de una estructura se puede estimar con bastante precisión mediante un simple cálculo, sin embargo la masa modal es una propiedad dinámica relacionada no sólo con la distribución de la masa, sino también con las formas de la vibración. En este estudio la técnica de identificación del sistema se amplía para obtener la masa modal de una estructura.

El método de identificación más utilizado en la actualidad se denomina SSI (*Stochastic Subspace Identification*). Este método se ha aplicado en muchas situaciones para extraer los parámetros modales de las estructuras existentes (por ejemplo puentes y edificios) solicitadas por la vibración ambiental. Sin embargo, la información modal que se obtiene de estos métodos de identificación, es incompleta ya que proporciona estimaciones de frecuencias, factores de amortiguamiento y modos de vibración asociados, pero dichos modos no están normalizados respecto de la matriz de masa o, dicho de otra forma, esos métodos no calculan las masas generalizadas correspondientes a cada uno de los modos estimados [1]. Es por lo tanto muy interesante disponer de técnicas adicionales que a partir de toda la información obtenida al aplicar el método SSI nos permitan estimar todos los parámetros modales, incluidos las masas modales de cada modo de vibración [2].

En las formulaciones de elementos finitos, la identificación de los parámetros físicos generalmente se refiere al ajuste de las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez en el sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden del problema dinámico. Aunque el método más empleado consiste en el ajuste de los parámetros modales del sistema para calibrar un modelo de elementos finitos (*FEM Updating*) [7], un posible enfoque es identificar estos parámetros directamente a partir de los datos experimentales. La identificación de los parámetros en una formulación diferencial de primer orden también ha recibido considerable atención pero, como es bien sabido, si se parte de un espacio de estados modelo y se trata de identificar los parámetros del modelo de segundo orden, cuestiones como la no unicidad de la solución complican la resolución del problema inverso. Sin embargo, los parámetros físicos del modelo de segundo orden se pueden obtener mediante la resolución de un problema simétrico de valores propios [3,6,9]. El requisito mínimo es que en todos los grados de libertad se debe ubicar o bien un sensor o un actuador, con al menos una localización de ubicación conjunta con par sensor-actuador. De esta forma se consigue una solución para el problema inverso.

Indicar que el trabajo se ha organizado de la manera siguiente: en primer lugar, tras esta introducción, se presenta la metodología empleada. A continuación se diserta sobre los resultados obtenidos y en el último apartado se presentan las principales conclusiones.

2. Metodología

Los parámetros físicos del problema modal y dinámico (modelos de segundo orden) se pueden estimar mediante la resolución de un problema simétrico de valores propios complejos. El requisito mínimo para esta metodología es que todos los grados de libertad contengan o bien un sensor o bien un actuador con al menos un par sensor-actuador conjunto. De esta manera, aunque son posibles otras configuraciones, el enfoque que se propone en este trabajo proporciona una solución sencilla y práctica al problema inverso.

2.1. *Formulación en el espacio de estados*

Una de las formulaciones bien conocidas para los sistemas dinámicos es la expresión matricial de la segunda ley de Newton, que una vez discretizada en el dominio espacial resulta:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t); \quad \mathbf{y}(t) = \ddot{\mathbf{u}}(t) \tag{1}$$

donde $\mathbf{u}(t)$ indica el vector de desplazamientos nodales, con $(\dot{})$ y $(\ddot{})$ representando la primera y segunda derivada respecto al tiempo respectivamente, el vector $\mathbf{f}(t)$ contiene las excitaciones externas que solicitan el sistema, las magnitudes $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ y $\mathbf{K}$ son las matrices simétricas definidas positivas de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente, para un sistema de N grados de libertad, y $\mathbf{y}(t)$ el vector respuesta del sistema, en nuestro caso de interés, las aceleraciones.

Otra formulación consiste en la definición del vector de estado $\mathbf{x}(t)$, de manera que las ecuaciones del movimiento pueden escribirse mediante un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden de una forma más conveniente como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \dot{\mathrm{x}}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathrm{M} \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{f}(t); \quad \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \dot{\mathbf{u}}(t) \end{bmatrix} \tag{2}$$

La ventaja de escribir las ecuaciones del movimiento de esta forma es que el problema de valores propios asociado es simétrico y puede plantearse en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ \psi\mathbf{\Lambda} \end{bmatrix} \Lambda = \begin{bmatrix} -\mathrm{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ \psi\mathbf{\Lambda} \end{bmatrix} \tag{3}$$

donde $\psi = [\psi_1 \psi_2 \ldots \psi_{2N}]$ es la matriz que contiene los autovectores del problema complejo de valores propios siguiente:

$$(\lambda_i^2\mathbf{M} + \lambda_i\mathbf{C} + \mathbf{K})\psi_i = 0 \tag{4}$$

Cómo citar este artículo: M. Cacho-Pérez, et al. Estimación de las masas modales de una estructura en servicio mediante transformación en el espacio de estados, Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing. 2016. http://dx.doi.org/10.1016/j.rimni.2016.02.002