



## Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería

[www.elsevier.es/rimni](http://www.elsevier.es/rimni)



# Aplicação da transformada integral generalizada e da transformação conforme na solução de um problema de convecção forçada laminar em dutos de setor de anel circular

T. Antonini Alves<sup>a,\*</sup>, R.A.V. Ramos<sup>b</sup> e C.R.M. Maia<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Departamento Acadêmico de Mecânica (DAMEC), Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR/Campus Ponta Grossa, Av. Monteiro Lobato, s/nº, km 04, CEP 84.016-210, Ponta Grossa (PR), Brasil

<sup>b</sup> Departamento de Engenharia Mecânica (DEM), Universidade Estadual Paulista – UNESP/Campus Ilha Solteira, Caixa Postal 31, CEP 15.385-000, Ilha Solteira (SP), Brasil

### INFORMAÇÃO SOBRE O ARTIGO

#### Historial do artigo:

Recebido a 9 de dezembro de 2013

Aceite a 4 de setembro de 2015

On-line a xxx

#### Palavras-chave:

Transformada integral

Transformação conforme

Convecção forçada

Escoamento laminar

Setor de anel circular

### R E S U M O

Este trabalho descreve uma solução híbrida analítico-numérica aplicando a técnica da transformada integral generalizada (TTIG) na transferência de calor por convecção forçada de um escoamento laminar fluido dinamicamente desenvolvido e termicamente em desenvolvimento de um fluido *Newtoniano* em dutos de seção transversal com formato de setor de anel circular sob condições de contorno de *Dirichlet*, considerando um perfil de temperatura uniforme na entrada. Para facilitar o tratamento analítico e a aplicação das condições de contorno uma transformação conforme foi utilizada, visando alterar o domínio para um sistema de coordenadas mais apropriado. Feito isso, a TTIG foi aplicada na equação da energia para obtenção do campo de temperatura. Os resultados numéricos foram obtidos para parâmetros térmicos de interesse, tais como: temperatura média de mistura, números de *Nusselt* local e médio e comprimento de entrada térmica. Estes resultados foram comparados, quando possível, com os valores disponíveis na literatura e apresentaram uma ótima concordância.

© 2015 CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Publicado por Elsevier España, S.L.U. Todos os direitos reservados.

## Application of generalized integral and conformal transforms on the solution of a problem of laminar forced convection inside annular sector ducts

### A B S T R A C T

This work describes a hybrid analytical-numerical solution employing the Generalized Integral Transform Technique (GITT) to forced convection heat transfer in hydrodynamically fully developed and thermally non-developed Newtonian laminar flow inside annular sector ducts under Dirichlet boundary conditions, considering uniform temperature entrance profile. In order to facilitate the analytical treatment and the application of the boundary conditions, a Conformal Transform was utilized to change the domain into a more suitable coordinate system. Thereafter, the GITT was applied on the energy equation to obtain the temperature field. Numerical results were obtained for quantities of practical interest, such as bulk mean temperature, local and average Nusselt number, and thermal entry length. These results were compared, as much as possible, with the parameter values available in the literature and they presented a good agreement.

© 2015 CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Published by Elsevier España, S.L.U. All rights reserved.

#### Keywords:

Integral transform

Conformal transform

Forced convection

Laminar flow

Annular sector

### 1. Introdução

Processos de transferência de calor para escoamento interno de fluidos em dutos representam uma classe de problemas difusivo-convectivos de grande interesse na engenharia. Na concepção de

\* Autor para correspondência.

Correios eletrônicos: [thiagoalves@utfpr.edu.br](mailto:thiagoalves@utfpr.edu.br), [thiagoantonini@gmail.com](mailto:thiagoantonini@gmail.com)  
(T. Antonini Alves).

<http://dx.doi.org/10.1016/j.rimni.2015.09.001>

0213-1315/© 2015 CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Publicado por Elsevier España, S.L.U. Todos os direitos reservados.

Como citar este artigo: T. Antonini Alves, et al., Aplicação da transformada integral generalizada e da transformação conforme na solução de um problema de convecção forçada laminar em dutos de setor de anel circular, Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing. 2016. <http://dx.doi.org/10.1016/j.rimni.2015.09.001>

um equipamento, dutos de seção transversal circular são largamente empregados em razão da sua simplicidade construtiva. Desta forma, inúmeros trabalhos e investigações relacionados com esta classe de problemas já foram realizados e uma vasta documentação é encontrada na literatura [1–3]. Por sua vez, o escoamento de fluidos em dutos que apresentam seção transversal de geometria não convencional encontra aplicações mais restritas, porém, do ponto de vista analítico-numérico, estes problemas sempre despertam ampla atenção, pois, devido à sua maior complexidade, a busca de soluções fomenta o desenvolvimento de novas metodologias e a construção de novas ferramentas computacionais.

Neste contexto, o presente trabalho trata do cálculo de parâmetros térmicos da transferência de calor por convecção forçada para o problema de escoamento laminar de fluidos *Newtonianos* em regime permanente, termicamente em desenvolvimento, com perfil de temperatura de entrada uniforme e submetido a condições de contorno do primeiro tipo (condições de *Dirichlet*), em dutos de seção transversal com formato de setor de anel circular.

Geralmente, problemas com essa geometria são resolvidos utilizando-se do sistema de coordenadas cilíndricas. Entretanto, para facilitar o tratamento analítico, utiliza-se uma transformação conforme apropriada, com o objetivo de transformar o domínio original em um retângulo no novo sistema de coordenadas. Além de facilitar a aplicação das condições de contorno, esta transformação permite escrever a equação diferencial da energia de forma mais simples. Para a obtenção do campo de temperatura do escoamento aplica-se a técnica da transformada integral generalizada (TTIG) [4], pois, para este caso, a equação diferencial parcial (EDP) da equação da energia é transformada em um sistema de equações diferenciais ordinárias (EDO) de primeira ordem, que é de fácil solução. Este procedimento vem sendo aplicado com sucesso para a obtenção da solução híbrida analítico-numérica de problemas difusivos e difusivo-convectivos com geometrias convencionais e não convencionais [5–25].

## 2. Modelagem matemática

Para a formulação do problema considera-se o escoamento laminar de fluidos *Newtonianos* em regime permanente, termicamente não desenvolvido, com perfil de temperatura de entrada uniforme e temperatura prescrita na parede. Além disso, considera-se ainda que as propriedades do fluido permanecem constantes em todo o domínio e que os efeitos da dissipação viscosa e da condução axial são desprezíveis. Desta forma, a equação da energia é expressa por:

$$\rho c_p w(x, y) \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial z} = k \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x, y, z) + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}(x, y, z) \right], \quad \{(x, y) \in \Omega, \quad z > 0\} \quad (1)$$

sendo que,  $\rho$  é a massa específica,  $c_p$  é o calor específico a pressão constante,  $k$  é condutividade térmica,  $w$  é a velocidade,  $T$  é a temperatura e  $\Gamma$  e  $\Omega$  são o contorno e o domínio, respectivamente, da seção transversal do duto analisado, conforme ilustrado na figura 1.

As condições de entrada e de contorno são dadas por:

$$T(x, y, z) = T_0, \quad \{(x, y) \in \Omega, \quad z = 0\}, \quad (2)$$

$$T(x, y, z) = T_p, \quad \{(x, y) \in \Gamma, \quad z > 0\}. \quad (3)$$

sendo que,  $T_0$  é a temperatura da entrada e  $T_p$  é a temperatura da parede do duto.

O perfil de velocidade  $w(x, y)$  do escoamento no interior do duto de setor de anel circular é obtido através da TTIG, conforme apresentado detalhadamente em [26].

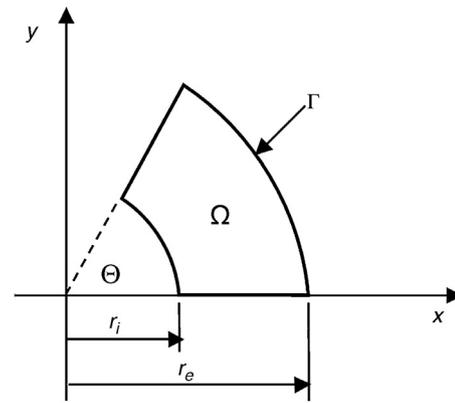


Figura 1. Geometria original do problema.

### 2.1. Adimensionalização

O potencial temperatura e os demais parâmetros físicos e geométricos foram adimensionalizados por:

$$\theta(X, Y, Z) = \frac{T(X, Y, Z) - T_p}{T_0 - T_p}, \quad (4)$$

$$X = \frac{x}{D_h}, \quad (5)$$

$$Y = \frac{y}{D_h}, \quad (6)$$

$$Z = \frac{z}{D_h Pe}, \quad (7)$$

$$D_h = \frac{4A_S}{Per}, \quad (8)$$

$$W(X, Y) = \frac{w(x, y)}{w_{méd}}, \quad (9)$$

$$Pe = \frac{\rho c_p w_{méd} D_h}{k}. \quad (10)$$

sendo que,  $D_h$  é o diâmetro hidráulico,  $Pe$  é o número de Péclet,  $A_S$  é a área da seção transversal,  $Per$  é o perímetro do contorno analisado e  $w_{méd}$  é a velocidade média do fluido.

Dessa forma, a equação da energia pode ser reescrita na forma adimensional, como:

$$W(X, Y) \frac{\partial \theta(X, Y, Z)}{\partial Z} = \frac{\partial^2 \theta(X, Y, Z)}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta(X, Y, Z)}{\partial Y^2}, \quad (11)$$

E as condições de entrada e de contorno adimensionalizadas são:

$$\theta(X, Y, Z) = 1, \quad \{(X, Y) \in \Omega, \quad Z = 0\}, \quad (12)$$

$$\theta(X, Y, Z) = 0, \quad \{(X, Y) \in \Gamma, \quad Z > 0\}. \quad (13)$$

### 2.2. Transformação de coordenadas

Para facilitar o tratamento analítico do problema considera-se a seguinte transformação conforme:

$$Z = R_e e^{i\omega}, \quad (14)$$

sendo que,  $R_e = r_e/D_h$ ,  $Z = X + iY$  e  $\omega = u + iv$ .

Esta relação permite transformar o domínio do setor de anel circular no plano  $(X, Y)$  em um domínio retangular no plano  $(u, v)$  conforme ilustrado na figura 2.

As relações de transformação de coordenadas são dadas por:

$$X = R_e e^{-v} \cos(u), \quad (15)$$

$$Y = R_e e^{-v} \sin(u). \quad (16)$$

Download English Version:

<https://daneshyari.com/en/article/8050844>

Download Persian Version:

<https://daneshyari.com/article/8050844>

[Daneshyari.com](https://daneshyari.com)