

On the instantaneous formation of cavitation in hydrodynamic lubrication

Jesús Ildefonso Díaz^a, Sébastien Martin^{a,b,*}

^a Dept. de Matemática Aplicada, Fac. de Ciencias Matemáticas, Universidad Complutense Madrid, 28040 Madrid, Spain

^b Institut Camille-Jordan CNRS-UMR 5208, INSA Lyon, bâtiment Léonard-de-Vinci, 69621 Villeurbanne cedex, France

Received 14 August 2006; accepted 25 August 2006

Available online 28 September 2006

Presented by Évariste Sanchez-Palencia

Abstract

We consider the Elrod–Adams model extending the classical lubrication Reynolds equation to the case of the possible presence of a cavitation region. We show that the behaviour of the pressure and saturation depends crucially on the behaviour of the separation $h(t, x, y)$ among the two surfaces. In particular, we exhibit some simple formulations for which we prove (rigorously) that a cavitation region is formed instantaneously (even for initially saturated flows). Some numerical experiences are also given.

To cite this article: J.I. Díaz, S. Martin, C. R. Mecanique 334 (2006).

© 2006 Académie des sciences. Published by Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

Résumé

Sur la formation instantanée de la cavitation en lubrification hydrodynamique. Nous considérons le modèle d'Elrod–Adams, qui permet d'étendre l'équation de Reynolds (classiquement utilisée en lubrification) à la prise en compte de la cavitation (formation de bulles de gaz). Nous montrons que le comportement de la pression et de la saturation du lubrifiant dépend, de manière cruciale, du comportement de la distance entre les deux surfaces $h(t, x, y)$. En particulier, nous établissons deux formulations simples pour lesquelles nous établissons (rigoureusement) qu'une zone cavitée se forme instantanément (y compris à partir d'une situation initiale totalement saturée). Des résultats numériques sont également présentés. **Pour citer cet article :** J.I. Díaz, S. Martin, C. R. Mecanique 334 (2006).

© 2006 Académie des sciences. Published by Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

Keywords: Lubrication; Cavitation; Elrod–Adams model; Reynolds equation

Mots-clés : Lubrification ; Cavitation ; Modèle d'Elrod–Adams ; Équation de Reynolds

Version française abrégée

On s'intéresse à un problème à frontière libre issu de la théorie de la lubrification. La modélisation d'un écoulement mince en régime transitoire est généralement basée sur l'équation de Reynolds. Afin de prendre en compte les phéno-

* Corresponding author.

E-mail addresses: ji_diaz@mat.ucm.es (J.I. Díaz), sebastien.martin@insa-lyon.fr (S. Martin).

mènes de cavitation (apparition de bulles de gaz dans l'écoulement liquide, à pression constante), on utilise le modèle d'Elrod–Adams, qui introduit une non-linéarité spécifique, par l'intermédiaire d'une inconnue supplémentaire. Ce modèle s'écrit :

$$\partial_t(\theta h) - \operatorname{div}(h^3 \nabla u) = v \partial_x(\theta h), \quad u \geq 0, \quad \theta \in H(u), \quad \text{sur } Q_T = (0, T) \times \Omega \quad (1)$$

Ici, h est la hauteur normalisée entre les deux surfaces qui confinent l'écoulement (donnée du problème), v est la vitesse de cisaillement (constante) du dispositif, u est la pression dans le film mince (inconnue du problème), θ est la saturation locale de la phase liquide et H désigne le graphe de Heaviside.

Bien que ce problème soit bien posé, l'étude de ce modèle, conservatif en termes de débit, présente un enjeu majeur dans la mesure où la naissance des zones dites cavitées (les ensembles tels que $u = 0$) est un phénomène mal compris. Le but de cette note est de clarifier les conditions d'apparition ou de disparition de la cavitation, à partir de critères géométriques simples.

Théorème 0.1. *Supposons qu'il existe $\varepsilon > 0$ tel que*

$$D_t h = \partial_t h + v \partial_x h \geq \varepsilon, \quad \text{sur } \overline{Q_T} \quad (2)$$

Supposons que la condition aux limites suivante est imposée : $u = 0$ on $(0, T) \times \Gamma_0$, avec $\Gamma_0 = \{x \in \partial\Omega, n(x) \cdot e_x > 0\}$ et $\Gamma_+ = \partial\Omega \setminus \Gamma_0$. Supposons de plus $\|u\|_\infty$ contrôlé par une certaine constante qui dépend de Ω , h et de ε (voir corps du texte). Alors il existe $L \equiv L(h, M, v) > 0$ tel que $u(t, x, y) = 0$ pour $t \in (0, T]$ et p.p. $(x, y) \in \Omega$ tel que $d((x, y), \Gamma_+) \geq L$. De plus, $\theta(t, x, y) < 1$ pour tout $t \in (0, (x - L)/v]$ et p.p. $(x, y) \in \Omega$ tel que $d((x, y), \Gamma_+) > L$.

Ce résultat établit l'apparition instantanée de la cavitation sous l'effet de la condition géométrique, ce qui est un résultat radicalement différent de ceux obtenus pour des problèmes paraboliques de type réaction–diffusion pour lesquels il existe un temps de relaxation pour l'apparition de phénomènes similaires. Par ailleurs, ce résultat est local en temps et ne garantit pas la persistance de zones cavitées, ce qui sera illustré numériquement. Une condition suffisante de non-apparition de la cavitation est également établie. Celle-ci peut se révéler fondamentale dans la perspective d'un contrôle local de la cavitation.

Théorème 0.2. *Supposons*

$$D_t h = \partial_t h + v \partial_x h \leq 0, \quad \text{sur } \overline{Q_T} \quad (3)$$

De plus, supposons qu'il n'y a pas de cavitation à l'instant initial. Alors $u > 0$ sur Q_T .

Les résultats sont établis par comparaison avec des sur-solutions et sous-solutions, construites de manière adéquate. Par ailleurs, des tests numériques permettent d'illustrer l'apparition instantanée de la cavitation suivie de sa disparition en temps fini sous l'influence des conditions aux limites.

1. Introduction

The Reynolds equation was already proposed in 1886 to describe the behavior of a viscous flow between two close surfaces in relative motion [1]. Nevertheless, the pioneering modelling does not take into account cavitation phenomena: cavitation is defined as the rupture of the continuous film due to the formation of gas bubbles which makes the Reynolds equation no longer valid in the cavitation area. Since then several correction terms were introduced by different authors. In this Note, we use the Elrod–Adams model [2], introduced in 1975, which assumes that the cavitation region is a liquid–gas mixture giving rise to an additional unknown variable θ : the liquid saturation in the mixture. If, for the sake of simplicity, we take as 0 the vapor pressure, then a free boundary may be formed separating two different time-spatial zones: the 'saturated' region, for which $u > 0$ and $\theta = 1$ (where the classical Reynolds equation holds) and the 'cavitated' region, for which $u = 0$ and $0 \leq \theta \leq 1$ (partial lubrication). Thus, θ describes the local ratio of the liquid phase between the surfaces. The main point about the Elrod–Adams model relies on its physical interest: unlike some other models (such as the variational inequalities model), it is mass-flow preserving and allows to obtain further information in cavitated areas, providing the saturation of the lubricant between the surfaces. This model is widely used in tribology and appears to give satisfactory results with respect to mechanical experiments,

Download English Version:

<https://daneshyari.com/en/article/824357>

Download Persian Version:

<https://daneshyari.com/article/824357>

[Daneshyari.com](https://daneshyari.com)