Available online at www.sciencedirect.com
ScienceDirect
C. R. Mecanique 334 (2006) 634–638
COMPTES RENDUS MECANIQUE
http://france.elsevier.com/direct/CRAS2B/

Similitude généralisée et modélisation géométrique à complexité réduite

Bijan Mohammadi [a,b,*], Jean-Marc Brun [a,b]

[a] *Cemagref, UMR-ITAP, 34196 Montpellier cedex 5, France*
[b] *Institut de mathématiques et de modélisation de Montpellier, université Montpellier II, CC51, 34095 Montpellier, France*

Reçu le 3 avril 2006 ; accepté après révision le 9 juin 2006

Disponible sur Internet le 24 juillet 2006

Présenté par Évariste Sanchez-Palencia

Résumé

Nous présentons une modélisation à complexité réduite pour le transport et la dispersion d'un scalaire passif pour les applications environnementales. Le modèle utilise l'assimilation de données partielles d'observations. On propose une généralisation des solutions de similitudes pour les jets dans une métrique nonsymétrique basée sur les temps de transport. L'approche ne nécessite pas la solution d'EDP, donc pas de maillage et on peut accéder à la solution en un point sans avoir à la calculer partout. ***Pour citer cet article : B. Mohammadi, J.-M. Brun, C. R. Mecanique 334 (2006).***

Abstract

General similitude solutions and low-complexity geometric models. We present low complexity models for the transport of passive scalars for environmental applications. The model uses partial observations assimilation. Similitude solutions are proposed in a non symmetric metric based on travel times. The approach does not require the solution of any PDE and is mesh free. Also, the solution can be computed in one point only without computing the whole solution. ***To cite this article: B. Mohammadi, J.-M. Brun, C. R. Mecanique 334 (2006).***

Mots-clés : Mécanique des fluides numérique ; Dispersion ; Transport ; Similitude ; Modèles réduits ; Jets

Keywords: Computational fluid mechanics; Dispersion; Transport; Similarity; Reduced order models; Plumes

Abridged English version

Air and water contamination by pesticides is a major health and environmental issue. One aims to model pesticide transport in atmospheric flows with very low calculation cost making Monte Carlo simulations realistic. Partial data being available on wind and transported species measured by localized apparatus, a prediction model should be parametric in order to assimilate these data. In the present work, the parameters gather all independent variables in the

* Auteur correspondant.
Adresses e-mail : bijan.mohammadi@univ-montp2.fr (B. Mohammadi), jean-marc.brun@montpellier.cemagref.fr (J.-M. Brun).

1631-0721/$ – see front matter
doi:10.1016/j.crme.2006.06.007

model. This Note is to present our geometric transport model based on the generalization of similarity solutions for plumes in Euclidean metrics to non symmetric 'travel-time' based metrics.

1. Introduction

La problématique de la contamination de l'air par les produits phytosanitaires (pesticides) constitue une préoccupation de plus en plus importante. Les outils de modélisation sont nécessaires pour analyser les stratégies de réduction d'impacts. Le but de ce projet, réalisé au Cemagref à Montpellier, est le développement d'un modèle à complexité réduite pour la simulation de la dispersion de pesticides dans l'atmosphère. Les paramètres du modèle proviennent de la solution d'un problème d'assimilation de données partielles météo, ainsi que des mesures de dispersion :

$$\min_{p\in\mathcal{O}} J(p) = \left\|\vec{u}(p) - \vec{u}_{\mathrm{obs}}\right\| + \left\|c\bigl(p, \vec{u}(p)\bigr) - c_{\mathrm{obs}}\right\| \tag{1}$$

où p représente les variables indépendantes du modèle incluant la definition du domaine de calcul, la topographie, les conditions météo, les localisations des sources d'émission, les caractéristiques des buses d'injection,... $\vec{u}_{\mathrm{obs}}$ et c_{obs} sont les observations, en des points parfois différents, de la vitesse et des concentrations (ici une seule concentration pour simplifier, mais en pratique plusieurs espèces sont présentes). $\vec{u}(p)$ est un champs de vitesse à divergence nulle servant au transport de $c(p, \vec{u}(p))$. Un bon modèle numérique doit prédire, tout en respectant ces informations observées, et ne doit pas être trop sensible aux petites perturbations des observations.

Cette Note est dédiée à la description du modèle géométrique utilisé pour le transport. Ce modèle est basé sur une généralisation des solutions de similitudes pour les jets. Les autres détails de la modélisation, notamment les aspects multi-echelle, sont décrits en [1,2].

2. Solution de similitude dans une métrique non symétrique

On cherche à réduire l'espace de recherche de la solution. Nous modélisons la distribution d'un scalaire passif c, émis à l'origine et transporté par un flot plan uniforme U par :

$$c(x, y) = c_c(x) f\bigl(y, \delta(x)\bigr) \quad \text{où } c_c(x) \sim \exp\bigl(-a(U)x\bigr) \text{ et } f\bigl(y, \delta(x)\bigr) \sim \exp\bigl(-b\bigl(U, \delta(x)\bigr)y^2\bigr) \tag{2}$$

c_c est la répartition sur l'axe central de la distribution d'épaisseur $\delta(x)$. Une analogie existe avec les jets où cette fonction est parabolique en laminaire et linéaire en turbulent [3]. $a(.)$ est une fonction positive monotone décroissante et $b(.,.)$ est positive, monotone croissante en U et décroissante en δ. Dans un champ de vitesse atmosphérique uniforme, cette solution peut servir au transport d'un scalaire passif. Nous nous proposons de généraliser cette solution dans une métrique non symétrique, définie par les temps de transport, et ainsi résoudre, avec un très faible coût, le transport par des champs de vitesses quelconques.

3. Distance généralisée

Dans une géométrie « classique », symétrique, la fonction distance vérifie $d(A, B) = 0 \Rightarrow A = B$, $d(A, B) = d(B, A)$, $d(A, B) \leqslant d(A, C) + d(C, B)$. Cependant, la distance peut être non uniforme et anisotrope. La distance entre deux points A et B est donnée par :

$$d_{\mathcal{M}}(AB) = \int_0^1 \bigl({}^t\overrightarrow{AB}\mathcal{M}(A + t\overrightarrow{AB})\overrightarrow{AB}\bigr)^{1/2}\,\mathrm{d}t \tag{3}$$

où $\mathcal{M}$ est la métrique choisie, définie positive et symétrique en géométrie symétrique. Si $\mathcal{M} = I$, on retrouve la géométrie euclidienne et $\mathcal{M}$ variable permet d'introduire l'anisotropie (les sphères unité sont alors des ellipsoides).

Considérons la pseudo-distance suivante : si A est amont par rapport à B alors $d(B, A) = \infty$ et $d(A, B) = \int_A^{B^\perp} \mathrm{d}s/u =$ temps de migration de A à $B^\perp$ le long de la caractéristique passant par A, que l'on supposera unique, écartant les sources et puits. $B^\perp$ est la projection de B sur cette caractéristique. Les situations de non unicité de cette projection sont résolues en considérant comme direction de projection celle qui vérifie au mieux $(\vec{u}.\nabla c = 0)$ en B. On introduit, par ailleurs, une condition de conservation globale pour la quantité transportée $\int_{\mathbb{R}^3} c(p, u(p)) =$ quantité