

Accepted Manuscript

Derivation of the magnetic Euler-Heisenberg energy

Philippe Gravejat, Mathieu Lewin, Éric Séré

PII: S0021-7824(17)30109-5

DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.matpur.2017.07.015>

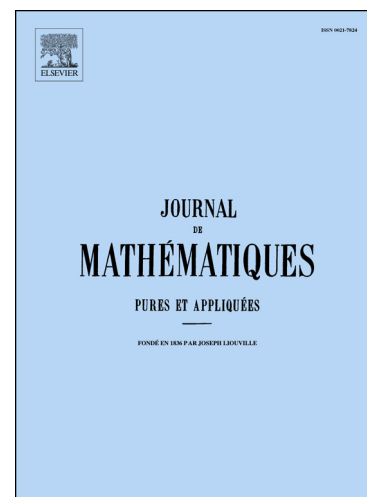
Reference: MATPUR 2918

To appear in: *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*

Received date: 17 January 2017

Please cite this article in press as: P. Gravejat et al., Derivation of the magnetic Euler-Heisenberg energy, *J. Math. Pures Appl.* (2017), <http://dx.doi.org/10.1016/j.matpur.2017.07.015>

This is a PDF file of an unedited manuscript that has been accepted for publication. As a service to our customers we are providing this early version of the manuscript. The manuscript will undergo copyediting, typesetting, and review of the resulting proof before it is published in its final form. Please note that during the production process errors may be discovered which could affect the content, and all legal disclaimers that apply to the journal pertain.



Derivation of the magnetic Euler-Heisenberg energy

Philippe GRAVEJAT*

Université de Cergy-Pontoise, Laboratoire de Mathématiques (UMR CNRS 8088), F-95302 Cergy-Pontoise Cedex, France.

Mathieu LEWIN

CNRS & Université Paris-Dauphine, PSL Research University, CEREMADE (UMR CNRS 7534), 75016 Paris, France.

Éric SÉRÉ

Université Paris-Dauphine, PSL Research University, CEREMADE (UMR CNRS 7534), 75016 Paris, France.

Abstract

In quantum field theory, the vacuum is a fluctuating medium which behaves as a nonlinear polarizable material. In this article, we perform the first rigorous derivation of the magnetic Euler-Heisenberg effective energy, a nonlinear functional that describes the effective fluctuations of the quantum vacuum in a classical magnetic field.

We start from a classical magnetic field in interaction with a quantized Dirac field in its ground state, and we study a limit in which the classical magnetic field is slowly varying. After a change of scales, this is equivalent to a semi-classical limit $\hbar \rightarrow 0$, with a strong magnetic field of order $1/\hbar$. In this regime, we prove that the energy of Dirac's polarized vacuum converges to the Euler-Heisenberg functional. The model has ultraviolet divergences, which we regularize using the Pauli-Villars method. We also discuss how to remove the regularization of the Euler-Heisenberg effective Lagrangian, using charge renormalization, perturbatively to any order of the coupling constant.

Résumé

En théorie quantique des champs, le vide est un milieu fluctuant qui se comporte comme un matériau polarisable non linéaire. Dans cet article, nous accomplissons la première dérivation rigoureuse de l'énergie effective d'Euler-Heisenberg magnétique, une fonctionnelle non linéaire qui décrit les fluctuations effectives du vide quantique dans un champ magnétique classique.

Nous partons d'un champ magnétique classique en interaction avec un champ de Dirac quantifié dans son état fondamental, et nous étudions une limite dans laquelle le champ magnétique classique est faiblement variable. Après un changement d'échelles approprié, cette limite est équivalente à une limite semi-classique $\hbar \rightarrow 0$, avec un champ magnétique intense d'ordre $1/\hbar$. Dans ce régime, nous démontrons que l'énergie du vide de Dirac polarisé converge vers la fonctionnelle d'Euler-Heisenberg. Le modèle présente des divergences ultraviolettes que nous régularisons par une méthode de Pauli-Villars, et nous réalisons enfin une renormalisation de la charge de façon perturbative, à tout ordre par rapport à la constante de couplage, afin d'éliminer la régularisation du lagrangien effectif d'Euler-Heisenberg.

Keywords: Euler-Heisenberg effective Lagrangian, Dirac's polarized vacuum, semi-classical regime in strong magnetic fields, charge renormalization

2010 MSC: 81V10, 81Q20, 81T15

*Corresponding author

Email addresses: philippe.gravejat@u-cergy.fr (Philippe GRAVEJAT), Mathieu.Lewin@math.cnrs.fr (Mathieu LEWIN), sere@ceremade.dauphine.fr (Éric SÉRÉ)

Download English Version:

<https://daneshyari.com/en/article/8902324>

Download Persian Version:

<https://daneshyari.com/article/8902324>

[Daneshyari.com](https://daneshyari.com)