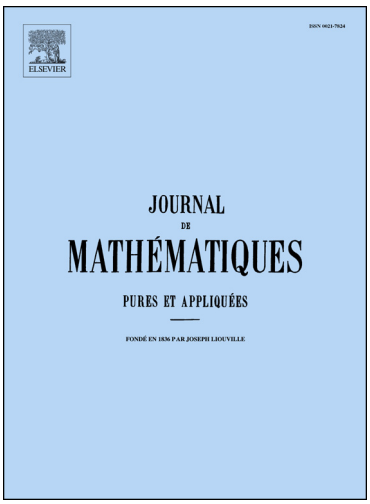
Accepted Manuscript



Vanishing Viscosity Limit of the Navier-Stokes Equations to the Euler Equations for Compressible Fluid Flow with far field vacuum

Min Ding, Shengguo Zhu

PII: S0021-7824(16)30075-7
DOI: http://dx.doi.org/10.1016/j.matpur.2016.07.001
Reference: MATPUR 2851

To appear in: *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*

Received date: 20 April 2016

Please cite this article in press as: M. Ding, S. Zhu, Vanishing Viscosity Limit of the Navier-Stokes Equations to the Euler Equations for Compressible Fluid Flow with far field vacuum, *J. Math. Pures Appl.* (2016), http://dx.doi.org/10.1016/j.matpur.2016.07.001

VANISHING VISCOSITY LIMIT OF THE NAVIER-STOKES EQUATIONS TO THE EULER EQUATIONS FOR COMPRESSIBLE FLUID FLOW WITH FAR FIELD VACUUM

MIN DING AND SHENGGUO ZHU

Abstract. We prove the vanishing viscosity limit of the Navier-Stokes equations to the Euler equations for a two-dimensional compressible isentropic flow in the whole space. It is shown that there exists a unique regular solution of compressible Navier-Stokes equations with density-dependent viscosities, arbitrarily large initial data and far field vacuum, whose life span is uniformly positive in the vanishing viscosity limit. It is worth paying special attention to the fact that, introducing two different symmetric structures, we can also give some uniform estimates of $\rho^{\frac{\gamma-1}{2}}$ and of u in H^3 and of $\nabla\rho/\rho$ in $L^6\cap D^1$, which provide the convergence of the regular solution of the viscous flow to that of the inviscid flow in $L^\infty([0,T];H^{s'})$ for any $s'\in[2,3)$ with a rate of $\epsilon^{2(1-\frac{s'}{3})}$. Moreover, our results can be extended to the two-dimensional shallow water equations after slight modifications.

Résumé : Nous démontrons qu'en deux dimensions, quand la viscosité tend vers zéro, les équations de Navier-Stokes de l'écoulement isentropique compressible dans tout l'espace convergent vers les équations d'Euler. Nous démontrons aussi qu'il existe une solution unique régulière des equations de Navier-Stokes compressibles dont la durée de vie est uniformément positive quand la viscosité tend vers zéro, lorsque la viscositié dépend de la densité et lorsque les données sont initiales arbitrairement grandes avec le vide à l'infini. En effet, en introduisant deux structures symétriques différentes, nous pouvons démontrer des estimations uniformes de $\rho^{\frac{\gamma-1}{2}}$ et de u dans l'espace H^3 et de $\nabla\rho/\rho$ dans l'espace $L^6\cap D^1$, qui conduisent à la convergence de la solution régulière de l'écoulement visqueux vers celle de l'écoulement non visqueux dans l'espace $L^\infty([0,T];H^{s'})$ pour tout $s'\in[2,3)$ avec un taux de convergence de $\epsilon^{2(1-\frac{s'}{3})}$. De plus nos résultats peuvent être étendus avec des modifications mineures au cas des équations des eaux peu profondes en deux dimensions.

Mots clés : Equations de Navier-Stokes compressibles, solutions régulières, viscosité tendant vers zéro, vide, viscosité dégénérée, équations des eaux peu profondes.

1. Introduction

In this paper, we aim at establishing the vanishing viscosity limit of the Navier-Stokes equations to the Euler equations for two-dimensional compressible isentropic flow when viscosity coefficients, shear and bulk, are both degenerate and the initial data are arbitrarily large with vacuum appearing in the far field.

Date: Apr. 23, 2016.

2010 *Mathematics Subject Classification.* Primary: 35B40, 35A05; Secondary: 35B35, 85A05.

Key words and phrases. Compressible Navier-Stokes equations, regular solutions, vanishing viscosity limit, vacuum, degenerate viscosity, shallow water.