

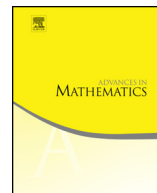


ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

Advances in Mathematics

www.elsevier.com/locate/aim



Un théorème A de Quillen pour les ∞ -catégories strictes I : la preuve simpliciale

A Quillen's Theorem A for strict ∞ -categories I: The simplicial proof

Dimitri Ara^{a,*}, Georges Maltsiniotis^b^a Aix Marseille Univ, CNRS, Centrale Marseille, I2M, Marseille, France^b CNRS, Institut de Mathématiques de Jussieu, Université Paris 7 Diderot, Case Postale 7012, Bâtiment Sophie Germain, 75205 Paris Cedex 13, France

INFO ARTICLE

Historique de l'article :

Reçu le 15 mai 2017

Reçu en forme révisée le 7 décembre 2017

Accepté le 23 janvier 2018

Disponible sur Internet le 22 février 2018

Communiqué par Ross Street

MSC :

18D05

18G30

18G35

18G55

55P15

55U10

55U15

55U35

Mots-clés :

 ∞ -catégories strictes

RÉSUMÉ

Le but de cet article est de démontrer une généralisation pour les ∞ -catégories strictes du célèbre théorème A de Quillen. Ce résultat est central à la théorie de l'homotopie des ∞ -catégories strictes développée par les auteurs. La preuve exposée dans ce texte est de nature simpliciale et s'appuie sur la théorie des complexes dirigés augmentés de Steiner. Dans un deuxième article, on démontrera ce même résultat par des méthodes purement ∞ -catégoriques.

© 2018 Elsevier Inc. Tous droits réservés.

ABSTRACT

The aim of this paper is to prove a generalization of the famous Theorem A of Quillen for strict ∞ -categories. This result is central to the homotopy theory of strict ∞ -categories developed by the authors. The proof presented here is of a simplicial nature and uses Steiner's theory of augmented

* Auteur correspondant.

Adresses e-mail : dimitri.ara@univ-amu.fr (D. Ara), georges.maltsiniotis@imj-prg.fr (G. Maltsiniotis).

URLs : <http://www.i2m.univ-amu.fr/perso/dimitri.ara/> (D. Ara),<http://webusers.imj-prg.fr/~georges.maltsiniotis/> (G. Maltsiniotis).

Complexes dirigés augmentés
Nerf de Street
Produit tensoriel de Gray
Théorème A
Tranches

directed complexes. In a subsequent paper, we will prove the same result by purely ∞ -categorical methods.

© 2018 Elsevier Inc. Tous droits réservés.

Keywords:

Strict ∞ -categories
Augmented directed complexes
Street's nerve
Gray tensor product
Theorem A
Slices

Table des matières

0.	Introduction	447
1.	Le théorème A de Quillen	455
2.	Préliminaires simpliciaux	459
3.	Rappels sur les complexes dirigés augmentés de Steiner	462
4.	Transformations oplax et tranches ∞ -catégoriques	469
5.	Le théorème A ∞ -catégorique	479
6.	L'homotopie simpliciale	487
	Références	498

0. Introduction

0.1. Catégories supérieures

Depuis quelques années, les catégories supérieures et, plus particulièrement, les $(\infty, 1)$ -catégories faibles (aujourd'hui improprement appelées ∞ -catégories) et les (∞, ∞) -catégories strictes, plus connues sous le nom de ω -catégories ou de ∞ -catégories strictes, sont activement étudiées. Rappelons brièvement ce que sont ces objets.

Une ∞ -catégorie stricte C est la donnée d'un ∞ -graphe

$$C_0 \begin{array}{c} \xleftarrow{s} \\ \xleftarrow{t} \end{array} C_1 \begin{array}{c} \xleftarrow{s} \\ \xleftarrow{t} \end{array} \cdots \begin{array}{c} \xleftarrow{s} \\ \xleftarrow{t} \end{array} C_{i-1} \begin{array}{c} \xleftarrow{s} \\ \xleftarrow{t} \end{array} C_i \begin{array}{c} \xleftarrow{s} \\ \xleftarrow{t} \end{array} \cdots, \quad ss = st, \quad ts = tt,$$

où pour $i \geq 0$, C_i désigne l'ensemble des i -cellules de C , et s et t les applications *source* et *but*, muni d'applications *unité*

$$C_i \rightarrow C_{i+1}, \quad x \mapsto 1_x, \quad i \geq 0, \quad x \in C_i,$$

et de *compositions*

$$C_i \times_{C_j} C_i \rightarrow C_i, \quad (x, y) \mapsto x *_j y, \quad 0 \leq j < i, \quad x, y \in C_i,$$

associant à un couple (x, y) de i -cellules j -composables (c'est-à-dire telles que la j -cellule but itéré de y soit égale à la j -cellule source itérée de x) une i -cellule $x *_j y$. On demande

Download English Version:

<https://daneshyari.com/en/article/8904921>

Download Persian Version:

<https://daneshyari.com/article/8904921>

[Daneshyari.com](https://daneshyari.com)