



Contents lists available at ScienceDirect

C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I

www.sciencedirect.com



Équations aux dérivées partielles/Analyse numérique

Simulation de la propagation de fracture dans un solide élastique

Simulation of the propagation of cracks in a brittle material

Leila Azem^{a,b}, Olivier Pantz^c^a CMAP, École polytechnique Palaiseau, France^b Laboratoire EDP, Faculté des sciences de Tunis, Université Tunis El Manar 2092, Tunisie^c Université Côte d'Azur, CNRS, IJAD, France

INFO ARTICLE

Historique de l'article :

Reçu le 8 août 2016

Accepté après révision le 7 décembre 2016

Disponible sur Internet le xxxx

Présenté par Philippe G. Ciarlet

R É S U M É

On modélise un solide élastique fragile (pouvant développer des fractures) comme limite d'un modèle d'endommagement et proposons une méthode numérique afin de déterminer l'évolution quasi-statique d'une fracture dans l'esprit des travaux de Francfort et Marigo [3] et Allaire et al. [1,2].

© 2016 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Cet article est publié en Open Access sous licence CC BY-NC-ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

A B S T R A C T

We consider a brittle elastic solid (prone to develop fractures) as the limit of a damage model and propose a numerical method to determine its quasi-static evolution in the spirit of Francfort and Marigo [3] and Allaire et al. [1,2].

© 2016 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Cet article est publié en Open Access sous licence CC BY-NC-ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

Abridged English version

We consider an elastic solid of reference configuration $D \subset \mathbb{R}^N$. We assume that the solid could be in two different states: healthy or strongly damaged. If χ is the characteristic function of the damaged area Ω , the Hooke law takes the form

$$A_\varepsilon := ((1 - \chi) + \eta_\varepsilon \chi) A_0,$$

where $\eta_\varepsilon \ll \varepsilon$. The parameter ε stands for the minimal width imposed to the damaged domain Ω . We focus in this note on the quasi-static evolution of the system, which at each time t_i minimizes its total energy

$$j^\varepsilon(u, \chi) := \frac{1}{2} \int_D A_\varepsilon e(u) : e(u) \, dx + \kappa_\varepsilon \mathcal{H}^N(\Omega),$$

Adresses e-mail : leila.azem@polytechnique.edu (L. Azem), olivier.pantz@unice.fr (O. Pantz).

<http://dx.doi.org/10.1016/j.crma.2016.12.003>

1631-073X/© 2016 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Cet article est publié en Open Access sous licence CC BY-NC-ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

Please cite this article in press as: L. Azem, O. Pantz, Simulation de la propagation de fracture dans un solide élastique, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I (2016), <http://dx.doi.org/10.1016/j.crma.2016.12.003>

over all admissible displacements u at time t_i and all growing damaged areas Ω of minimal width ε . As ε goes to zero, the evolution of the damaged area converges toward that of a fracture. This evolution can be computed by means of a projected gradient algorithm (see Listing 1), inspired by the work of Allaire et al. in [1,2]. We include two new ingredients: an explicit minimal width condition (see [4]) and a strong irreversibility condition. The former ensures the convergence (at least formally) of the damaged model toward that of a brittle fracture. The latter is necessary to ensure physical consistence of the modeling. We obtain qualitative results comparable to that of Allaire et al. for the test case of Mode-II loading (see Fig. 1). The numerical simulation without strong irreversibility leads to a non-physical solution (see Fig. 2), as expected.

1. Introduction

La modélisation et la simulation de propagation des fractures posent de nombreux challenges tant d'un point de vue théorique que numérique. Récemment, plusieurs algorithmes ont été proposés, basés sur une formulation variationnelle initialement introduite par Francfort et Marigo. Dans cette note, nous présentons un certain nombre d'améliorations à la méthode introduite par Allaire et al. L'idée principale de leur approche consiste à représenter une fracture comme une zone fortement endommagée. L'évolution quasi-statique de la fracture est alors obtenue par l'application d'outils classiques d'optimisation de forme. Si nous conservons les éléments principaux de leur démarche, nous nous en écarterons sur plusieurs points. Sur le plan de la modélisation, nous introduisons une contrainte d'épaisseur minimale imposée à la zone endommagée. Cette condition nous semble nécessaire afin d'assurer la convergence du modèle d'endommagement vers un modèle de type fracture. Elle est prise en compte numériquement par l'intermédiaire d'un opérateur de *contraction/dilatation*. Par ailleurs, nous introduisons le concept d'irréversibilité forte afin d'éviter l'apparition de comportements non physiques. D'un point de vue numérique, nous employons une expression différente de la dérivée de forme, dite matérielle, afin de minimiser l'énergie totale du système et de déterminer l'évolution quasi-statique d'une fracture.

2. Présentation du modèle

2.1. Endommagement

On considère un solide élastique de configuration de référence $D \subset \mathbb{R}^N$. On suppose que le solide peut adopter deux états distincts : sain ou endommagé. On note χ la fonction caractéristique de la zone endommagée. Ainsi, la loi de Hooke associée au solide est de la forme

$$A = (1 - \chi)A_0 + \chi A_1,$$

où $A_1 \ll A_0$ en tant que forme quadratique sur les matrices symétriques. On se place dans le cadre de l'élasticité linéaire quasi-statique et on suppose que le déplacement est prescrit sur une partie Γ_D du bord du domaine D égale à g_i pour des pas de temps successifs $t_0 < t_1 < \dots < t_N$.

L'état au temps t_i est décrit par la fonction caractéristique de la zone endommagée χ_i et par le déplacement de la structure u_i . On adopte une formulation variationnelle en décrivant l'état du système comme le minimiseur d'une énergie composée de la somme d'un terme élastique et d'un terme de dissipation dû à l'endommagement. L'état du système (u_i, χ_i) minimise donc au temps t_i l'énergie totale

$$j(u, \chi) := \frac{1}{2} \int_D ((1 - \chi)A_0 + \chi A_1)e(u) : e(u) \, dx + \kappa \int_D \chi \, dx$$

sur l'ensemble des déplacements $u \in H^1(D)^N$ et des fonctions caractéristiques $\chi \in L^\infty(D, \{0, 1\})$ tels que $u = g_i$ sur Γ_D et $\chi \geq \chi_{i-1}$, où κ est un coefficient de dissipation. L'inégalité sur χ traduit le fait que l'endommagement est irréversible.

2.2. Limite asymptotique et condition d'épaisseur minimale

Une approximation d'un modèle de type fracture peut être obtenue comme limite asymptotique du modèle précédent. À cet effet, on introduit un paramètre ε et on considère l'énergie

$$j^\varepsilon(u, \chi) := \frac{1}{2} \int_D A_\varepsilon e(u) : e(u) \, dx + \kappa_\varepsilon \int_D \chi \, dx,$$

où $\kappa_\varepsilon = \varepsilon^{-1}\kappa$ et $A_\varepsilon = ((1 - \chi) + \eta_\varepsilon \chi)A_0$ avec $\eta_\varepsilon \ll \varepsilon$. Lorsque ε tend vers zéro, on s'attend à la convergence (formelle du moins) de cette énergie vers

$$j^0(u, \Gamma) := \frac{1}{2} \int_{\Omega \setminus \Gamma} A_0 e(u) : e(u) \, dx + \kappa \mathcal{H}^{N-1}(\Gamma),$$

Download English Version:

<https://daneshyari.com/en/article/8905898>

Download Persian Version:

<https://daneshyari.com/article/8905898>

[Daneshyari.com](https://daneshyari.com)